

Exercice 1 Calculs numériques

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= (2a^2)^3 \times a \\
 &= 2^3(a^2)^3 \times a \\
 &= 8a^6 \times a \\
 &= 8a^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{0,00027}{(3 \times 10^{-3})^2} \\
 &= \frac{27 \times 10^{-5}}{9 \times 10^{-6}} \\
 &= 3 \times 10^1 = 30
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad C &= -3\sqrt{200} \\
 &= -3\sqrt{100 \times 2} \\
 &= -3 \times 10\sqrt{2} \\
 &= -30\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= (5\sqrt{3})^2 \\
 &= 25 \times 3 \\
 &= 75
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad F &= 2\sqrt{27} - 10\sqrt{12} \\
 &= 2\sqrt{9 \times 3} - 10\sqrt{4 \times 3} \\
 &= 2 \times 3\sqrt{3} - 10 \times 2\sqrt{3} \\
 &= 6\sqrt{3} - 20\sqrt{3} \\
 &= -14\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G &= (5\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \\
 &= (5\sqrt{2})^2 - 2 \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\
 &= 50 - 10\sqrt{6} + 3 \\
 &= 53 - 10\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

4. Calcul de H :

$$H = \frac{3 - \frac{2}{5}}{5 \times \frac{-2}{5}} = \frac{\frac{13}{5}}{-2} = \frac{13}{5} \times \frac{1}{-2} = \frac{-13}{10} = -1,3$$

Calcul de I :

$$I = 1 - 6 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right)^2 = 1 - 6 \left(\frac{-1}{10}\right)^2 = 1 - 6 \times \frac{1}{100} = 1 - \frac{3}{50} = \frac{47}{50} = \frac{94}{100} = 0,94$$

Remarques :

1. Les parenthèses sont prioritaires sur le carré et peuvent être réduites, il est donc plus efficace et beaucoup plus simple de s'occuper d'abord des parenthèses puis du carré. (plutôt que de calculer le carré avec une identité remarquable!)
2. Quand on multiplie une fraction on cherche à simplifier si possible (6 et 100 sont divisibles par 2).
3. Pour obtenir une valeur décimale d'une fraction, il suffit de se ramener à 100.

5. On donne $A = -a - 2a^2$.

Calculer A pour $a = -4$:

Réponse : $A = 4 - 2 \times 16 = 4 - 32 = -28$

Calculer A pour $a = 1 + \sqrt{2}$:

$$\begin{aligned}
 \text{Réponse : } A &= -(1 + \sqrt{2}) - 2(1 + \sqrt{2})^2 \\
 &= -1 - \sqrt{2} - 2(1 + 2\sqrt{2} + 2) \\
 &= -1 - \sqrt{2} - 2(3 + 2\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -1 - \sqrt{2} - 6 - 4\sqrt{2} \\
 &= -7\sqrt{2} - 5
 \end{aligned}$$

Exercice 2 Développements - Factorisation

1. Développer :

$$A = (3 - 4x)^2 - 5(2 - 3x)$$

$$= 9 - 24x + 16x^2 - 10 + 15x$$

$$= 16x^2 - 9x - 1$$

$$B = -3x - (2 - 3x)(-x + 5)$$

$$= -3x - (-2x + 10 + 3x^2 - 15x)$$

$$= -3x + 2x - 10 - 3x^2 + 15x$$

$$= -3x^2 + 14x - 10$$

2. Factoriser :

$$C = (x - 2)^2 - (1 - 3x)(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x - 2 - (1 - 3x))$$

$$= (x - 2)(x - 2 - 1 + 3x)$$

$$= (x - 2)(4x - 3)$$

$$D = 9x^2 - (2 - x)^2$$

$$= (3x)^2 - (2 - x)^2$$

$$= (3x + (2 - x))(3x - (2 - x))$$

$$= (2x + 2)(3x - 2 + x)$$

$$= (2x + 2)(4x - 2)$$

$$E = -a^2b + 3a$$

$$= a(-ab + 3)$$

$$F = -2ab^2 + ab$$

$$= ab(-2b + 1)$$

Exercice 3 Equations et inéquations

1. Résoudre les équations :

$$x^2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x - 4 = 0$$

$$\text{donc } x = 0 \text{ ou } x = 4$$

$$\frac{-3x}{5} + 3 = -5x$$

$$\frac{-3x}{5} + 5x = -3$$

$$\frac{12x}{5} = -3$$

$$12x = -15$$

$$x = \frac{-15}{12}$$

$$x = \frac{-5}{4}$$

2. Résoudre les inéquations :

$$\frac{-x}{5} - 2 > 5x$$

$$\frac{-x}{5} - 5x > 2$$

$$\frac{-26x}{5} > 2$$

$$x < 2 \times \frac{-5}{26} \quad (\text{multiplication par un nombre négatif donc inversion du sens de l'inégalité})$$

$$x < \frac{-5}{13} \quad (\text{simplification de 2 et 26})$$

$$\text{Réponse : } S = \left] -\infty ; \frac{-5}{13} \right[$$

$$\frac{x}{5-x} \leq 3$$

$$\frac{x}{5-x} - 3 \leq 0$$

$$\frac{x - 3(5-x)}{5-x} \leq 0$$

$$\frac{4x - 15}{5-x} \leq 0$$

Tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{15}{4}$	5	$+\infty$
$4x - 15$	-	0	+	+
$5 - x$	+	+	0	-
$\frac{4x - 15}{5 - x}$	-	0	+	-

Réponse :

$$\frac{4x - 15}{5 - x} \leq 0 \quad \text{pour } x \in \left] -\infty ; \frac{15}{4} \right] \cup]5 ; +\infty[$$