Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^x$.

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. **a.** Donner les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

b. En déduire que f admet une asymptote Δ au voisinage de $-\infty$ dont on donnera une équation.

2. **a.** Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de f.

b. Donner le tableau des variations de f.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente T_1 au point A d'abscisse 1 de la courbe $\mathcal{C}_f$ et une équation de la tangente T_{-1} au point B d'abscisse -1.

b. Expliquer pourquoi l'on peut affirmer que les tangentes T_1 et T_{-1} sont perpendiculaires.

4. On se propose d'étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à T_{-1}.

Pour cela, on considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1 - x)\mathrm{e}^x - \left(\dfrac{x+3}{\mathrm{e}}\right)$

a. Déterminer $g'(x)$ et $g''(x)$ où g' et g'' sont les dérivées première et seconde de g.

b. Étudier le signe de g'' et le sens de variation de g'. Préciser la valeur de $g'(-1)$.

Étudier le signe de g' et le sens de variation de g. Préciser la valeur de $g(-1)$.

Enfin donner le signe de g.

c. Indiquer alors la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la tangente T_{-1}.