Calculer $f'(x)$ pour les fonctions suivantes :

1. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = (2x-4)\mathrm{e}^{5x}$

2. Pour $x \neq 1$ $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{1-2x}}{1-x}$.

3. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$

4. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \dfrac{3}{1+4\mathrm{e}^{-3x}}$

5. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x^2+x}}{3}$

Correction page suivante

1. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = (2x-4)\mathrm{e}^{5x}$

Formules : uv et e^u $f'(x) = 2\mathrm{e}^{5x} + (2x-4)\mathrm{e}^{5x} \times 5$

$f'(x) = \mathrm{e}^{5x}[2 + (2x-4) \times 5]$

$f'(x) = \mathrm{e}^{5x}(10x - 18)$

donc $f'(x)$ est du signe de $10x - 18$ (du type $ax + b$)

2. Pour $x \neq 1$ $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{1-2x}}{1-x}$

Formules : $\dfrac{u}{v}$ et e^u $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{1-2x} \times (-2) \times (1-x) - \mathrm{e}^{1-2x}(-1)}{(1-x)^2}$

$f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{1-2x}(-2 + 2x + 1)}{(1-x)^2}$

$f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{1-2x}(2x-1)}{(1-x)^2}$

donc $f'(x)$ est du signe de $2x - 1$ (du type $ax + b$)

3. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$

Formules : uv et e^u $f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \mathrm{e}^{-x} \times (-1)$

$f'(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$

donc $f'(x)$ est du signe de $1 - x$ (du type $ax + b$)

Remarque : on peut aussi écrire $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$ et dériver avec la formule $\dfrac{u}{v}$ ce qui donnera après simplification $f'(x) = \dfrac{1-x}{\mathrm{e}^x}$

4. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \dfrac{3}{1 + 4\mathrm{e}^{-3x}} = 3 \times \dfrac{1}{1 + 4\mathrm{e}^{-3x}}$

Formules : ku, $\dfrac{1}{u}$ et e^u $f'(x) = 3 \times \dfrac{-[4\mathrm{e}^{-3x} \times (-3)]}{(1 + 4\mathrm{e}^{-3x})^2}$

$f'(x) = \dfrac{36\mathrm{e}^{-3x}}{(1 + 4\mathrm{e}^{-3x})^2}$

donc $f'(x)$ est toujours positif

5. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x^2+x}}{3} = \dfrac{1}{3} \times \mathrm{e}^{x^2+x}$

Formules : ku et e^u $f'(x) = \dfrac{1}{3}[\mathrm{e}^{x^2+x} \times (2x+1)]$

$f'(x) = \dfrac{(2x+1)\mathrm{e}^{x^2+x}}{3}$

donc $f'(x)$ est du signe de $2x + 1$ (du type $ax + b$)