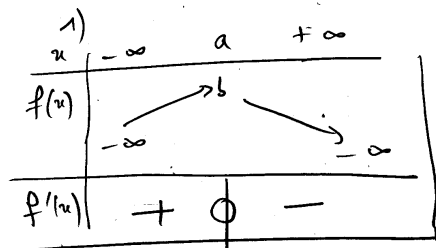


Notre Dame Sept 2012



2a) donc le curve de f' est \mathcal{C}_2 et $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_F$.

b) $f'(a) = 0$ donc $1 \leq a \leq 2$ d'après \mathcal{C}_2

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{donc } F'(a) = f(a) = b.$$

d'après \mathcal{C}_2 $F'(a) > 0$ car $F'(a)$ est le coeff. directeur de la tangente au pt d'abscissa.

$$\text{donc } \boxed{b > 0}$$

3a) $f(x) = k e^{\frac{1}{2}x} + x + 2$

$A \in \mathcal{C}_1$ donc $A \in \mathcal{C}_F$ donc $F(0) = -2$ (1)

$B \in \mathcal{C}_2$ donc $B \in \mathcal{C}_{f'}$ donc $f'(0) = \frac{1}{2}$ (2)

d'après (2) $f'(x) = k \times \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} + 1$ donc $k \times \frac{1}{2} e^0 + 1 = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} k = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{k = -1}$$

$$\text{donc } \boxed{f(x) = -e^{\frac{1}{2}x} + x + 2}$$

$$F(x) = -2e^{\frac{1}{2}x} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$$

d'après $F(0) = -2$

on a $-2e^0 + C = -2$

$-2 + C = -2$ donc $C = 0$

$$\text{donc } \boxed{F(x) = -e^{\frac{1}{2}x} + \frac{x^2}{2} + 2x}$$

Pour trouver a et b: On résout $f'(x) = 0$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} + 1 = 0$$

$$-\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} + 1 = 0$$

$$\frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}x} = 1$$

$$\boxed{x = 2 \ln 2}$$

$$\text{donc } \boxed{a = 2 \ln 2}$$

$$\text{et } b = f(a) = f(2 \ln 2) = -e^{\ln 2} + 2 \ln 2 + 2 = \boxed{2 \ln 2}$$