Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Soit A le point d'affixe i.

On appelle f la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = (1+\mathrm{i})z + 1.$$

1. Démontrer qu'un seul point est invariant par f.

2. **a.** Établir que pour tout nombre complexe z distinct de i, on a : $\dfrac{z - z'}{z - \mathrm{i}} = -\mathrm{i}$.

b. Interpréter ce résultat en termes de distances puis en termes d'angles.

3. Soit B le point d'affixe $z_B = 3 + 2\mathrm{i}$.

Placer le point B sur une figure et déduire une méthode de construction de B$'$ à partir de B.

4. **a.** Démontrer que $z' - 3 - 2\mathrm{i} = (1+\mathrm{i})(z-2)$.

b. Soit C le point d'affixe 2.

En déduire que si le point M appartient au cercle de centre C et de rayon 2, alors son image M' par f appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

DM - Nombres complexes **TS**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Soit A le point d'affixe i.

On appelle f la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = (1+\mathrm{i})z + 1.$$

1. Démontrer qu'un seul point est invariant par f.

2. **a.** Établir que pour tout nombre complexe z distinct de i, on a : $\dfrac{z - z'}{z - \mathrm{i}} = -\mathrm{i}$.

b. Interpréter ce résultat en termes de distances puis en termes d'angles.

3. Soit B le point d'affixe $z_B = 3 + 2\mathrm{i}$.

Placer le point B sur une figure et déduire une méthode de construction de B$'$ à partir de B.

4. **a.** Démontrer que $z' - 3 - 2\mathrm{i} = (1+\mathrm{i})(z-2)$.

b. Soit C le point d'affixe 2.

En déduire que si le point M appartient au cercle de centre C et de rayon 2, alors son image M' par f appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.