Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 - \ln x$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} x - 5 \ln x$

3. Soit $a > 0$, $\lim\limits_{x \to 0} \ln x - ax$

4. Soit $a > 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x - ax$

5. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x + 2}$

Correction page suivante

Correction

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - \ln x = +\infty - \infty = F.I.$ On sait que $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0}$

On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - \ln x = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(x - \dfrac{\ln x}{x}\right) = +\infty(+\infty - 0) = +\infty$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} x - 5\ln x = +\infty - \infty = F.I.$

On sait que $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0}$

On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} x - 5\ln x = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1 - 5 \times \dfrac{\ln x}{x}\right) = +\infty\,(1-0) = +\infty$

3. Soit $a > 0$, $\lim\limits_{x\to 0} \ln(x) - ax$

$\lim\limits_{x\to 0} \ln(x) - ax = -\infty - 0 = -\infty$

4. Soit $a > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) - ax$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) - ax = +\infty - \infty = F.I.$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) - ax = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\dfrac{\ln x}{x} - a\right)$

On sait que $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0}$

donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) - ax = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\dfrac{\ln x}{x} - a\right) = +\infty(-a) = -\infty$

5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x+2} = \dfrac{+\infty}{+\infty} = F.I.$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x \times 1}{x\left(1 + \dfrac{2}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} \times \dfrac{1}{1 + \dfrac{2}{x}} = 0 \times \dfrac{1}{1+0} = 0 \times 1 = 0$ car on sait que $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0}$