Exercice 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\ \overrightarrow{i},\ \overrightarrow{j},\ \overrightarrow{k}\right)$.

Les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées : A$(3\ ;\ -1\ ;\ 4)$, B$(-1\ ;\ 2\ ;\ -3)$, C$(4\ ;\ -1\ ;\ 2)$

La droite Δ a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -1+4t \\ y &=& 4-t \\ z &=& -8+2t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan

Exercice 2

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points A$(0\ ;\ 1\ ;\ -1)$ et B$(-2\ ;\ 2\ ;\ -1)$ et

la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -2+t \\ y &=& 1+t \\ z &=& -1-t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2. **a.** Montrer que les droites (AB) et $\mathcal{D}$ ne sont pas parallèles.

b. Montrer que les droites (AB) et $\mathcal{D}$ ne sont pas sécantes.

Exercice 3

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(1\ ;\ 1;\ 0)$, $B(3\ ;0\ ;\ -1)$ et $C(7\ ;1\ ;\ -2)$

et la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{l} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = -5+3t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte

Proposition 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est $\left\{\begin{array}{l} x = 5-2t \\ y = -1+t \\ z = -2+t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$

Proposition 2 : Les droites $\mathcal{D}$ et (AB) sont orthogonales.

Proposition 3 : Les droites $\mathcal{D}$ et (AB) sont coplanaires.

Exercice 4

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$$\mathrm{A}(1\ ;\ 2\ ;\ 7),\quad \mathrm{B}(2\ ;\ 0\ ;\ 2),\quad \mathrm{C}(3\ ;\ 1\ ;\ 3),\quad \mathrm{D}(3\ ;\ -6\ ;\ 1) \text{ et } \mathrm{E}(4\ ;\ -8\ ;\ -4).$$

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2. Soit $\overrightarrow{u}(1\ ;\ b\ ;\ c)$ un vecteur de l'espace, où b et c désignent deux nombres réels.

Déterminer les valeurs de b et c telles que $\overrightarrow{u}$ soit un vecteur normal au plan (ABC).

3. On considère la droite $\mathcal{D}$ de l'espace dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{rcr} x & = & 2t+3 \\ y & = & -4t+5 \\ z & = & 2t-1 \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ est un nombre réel.}$$

a. La droite $\mathcal{D}$ est-elle orthogonale au plan (ABC) ?

b. On admet que le point H $(5\,;\,1\,;\,1)$ appartient au plan (ABC), démontrer que ce point H est l'intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan (ABC).

Exercice 5

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $\mathrm{A}(5\ ;\ -5\ ;\ 2), \mathrm{B}(-1\ ;\ 1\ ;\ 0), \mathrm{C}(0\ ;\ 1\ ;\ 2)$ et $\mathrm{D}(6\ ;\ 6\ ;\ -1)$

1. Déterminer la nature du triangle BCD et calculer son aire.

2. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\ (-2\ ,\ 3\ ,\ 1)$ est un vecteur normal au plan (BCD).

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ orthogonale au plan (BCD) et passant par le point A.

4. On admet que le point H $(1\ ;\ 1\ ;\ 4)$ appartient au plan (BCD).

Montrer que le point H est l'intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan (BCD).

5. Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\mathcal{B} \times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur correspondante.