Equation de droites

Le plan est muni d'un repère.

1. Equation de droites

Propriété :

- Droite parallèle à l'axe des abscisses : droite d'équation $\boxed{y = k}$ (k réel)
- Droite parallèle à l'axe des ordonnées : droite d'équation $\boxed{x = k}$ (k réel)
- Droite non parallèle aux axes : droite d'équation $\boxed{y = ax + b}$ (a et b réels)

  a est appelé coefficient directeur de la droite.

  b est l'ordonnée à l'origine. (car $y = b$ quand $x = 0$).

2. Calcul du coefficient directeur d'une droite

Méthode : $\text{coeff}(AB) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ noté aussi $\text{coeff}(AB) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

Exemple : Déterminer l'équation de la droite (AB) pour A $(3\,;-5)$ et B $(-1\,;4)$.

On cherche l'équation sous la forme $y = ax + b$

Méthode :
- **Etape 1** : Calculer a avec la formule : $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- **Etape 2** : Calculer b en remplaçant x et y par les coordonnées de A ou B.

- **Etape 1** : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4+5}{-1-3} = \dfrac{9}{-4} = \dfrac{-9}{4}$

- **Etape 2** : On a : $y = \dfrac{-9}{4}x + b$.

A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation d'où : $\dfrac{-9}{4} \times 3 + b = -5$

donc $\dfrac{-27}{4} + b = -5$ et donc $b = -5 + \dfrac{27}{4} = \dfrac{7}{4}$

Conclusion : la droite (AB) a pour équation : $\boxed{y = \dfrac{-9}{4}x - \dfrac{7}{4}}$

Remarque : pour $x = -1$, on trouve bien $y = 4$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation, ce qui assure que l'équation trouvée est correcte.

3. Lecture du coefficient directeur d'une droite

Méthode :

- **Etape 1** : Choisir deux points A et B sur la droite. (points situés sur un nœud du quadrillage).

- **Etape 2** : Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

  Exemple : $\overrightarrow{AB}\ (\underbrace{2}_{\Delta x};\underbrace{3}_{\Delta y})$.

- **Etape 3** : On en déduit le coefficient directeur : $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3}{2}$

Voir exercices interactifs proposés pour s'entraîner.

4. Droites parallèles ou sécantes

Propriété : Deux droites du plan sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur

Propriété : Deux droites du plan sont parallèles ou sécantes

Exemple : Soient (d_1) d'équation : $y = -4x + 5$

(d_2) d'équation : $y = -4x - 6$

et (d_3) d'équation : $y = 2x + 6$.

(d_1) et (d_2) sont **parallèles** car elles ont le même coefficient directeur égal à -4.

(d_1) et (d_3) **ne sont pas parallèles** car elles n'ont pas le même coefficient directeur

En effet : $\text{Coeff}(d_1) = -4$ et $\text{Coeff}(d_2) = 2$.

(d_1) et (d_3) sont donc **sécantes**. En effet, dans le plan deux droites sont parallèles ou sécantes.

On peut déterminer le point d'intersection de ces deux droites en résolvant le système : $\begin{cases} y = -4x + 5 \\ y = 2x + 6 \end{cases}$

qui se résout facilement par substitution :

On a : $-4x + 5 = 2x + 6$

ce qui donne : $-6x = 1$

et donc : $\boxed{x = \dfrac{-1}{6}}$

On en déduit ensuite y à partir de : $y = -4x + 5$.

On a : $y = -4 \times \dfrac{-1}{6} + 5 = \dfrac{4}{6} + \dfrac{30}{6} = \dfrac{34}{6} = \boxed{\dfrac{17}{3}}$