

Equations

1.

Méthodes pour résoudre une équation

a. Equation produit nul

Propriété :

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul

$$ab = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad a = 0 \quad \text{ou} \quad b = 0$$

Exemple : Résoudre $(2x - 1)(3 - x) = 0$

$$(2x - 1)(3 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 3 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = 3}$$

b. Equation avec fractions

Propriété : Se ramener de chaque côté à une fraction et faire le produit en croix

Exemple : Résoudre $\frac{x}{3} - \frac{2x - 1}{5} = \frac{4}{7}$

$$\frac{x}{3} - \frac{2x - 1}{5} = \frac{4}{7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x - 3(2x - 1)}{15} = \frac{4}{7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x + 3}{15} = \frac{4}{7}$$

$$\Leftrightarrow 7 \times (-x + 3) = 15 \times 4$$

$$\Leftrightarrow -7x + 21 = 60$$

$$\Leftrightarrow -7x = 39$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{-39}{7}}$$

Une fraction est nulle si et seulement si le numérateur est nul.

Propriété :

Soit $b \neq 0$, on a : $\frac{a}{b} = 0$ si et seulement si $a = 0$

Exemple : Résoudre $\frac{4x-5}{3} = 0$

$$\frac{4x-5}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{5}{4}}$$

c. Equation du type $x^2 = a$

Pour $a = 0$: $x^2 = 0$: 1 solution : $x = 0$

Méthode : Pour $a > 0$: $x^2 = a$: 2 solutions : $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$

Pour $a < 0$: $x^2 = a$: aucune solution car x^2 étant positif, il ne peut pas être égal à a qui est négatif

Exemple : Résoudre $4x^2 - 5 = 0$

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{4}} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{5}}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = -\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

Exemple : Résoudre $(x-5)^2 = 3$

$$(x-5)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x-5 = \sqrt{3} \quad \text{ou} \quad x-5 = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{3} + 5} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = -\sqrt{3} + 5}$$

d. Toujours factoriser si possible pour tomber sur une équation produit nul

Exemple : Résoudre $5x^2 - 6x = 0$

$$5x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(5x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 0} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = \frac{6}{5}}$$

e. Ne développer que si aucune autre méthode n'est possible

2.

Exercice

Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{7x}{1-x} = \frac{3}{4}$

2. $\frac{x-1}{2} - \frac{2-x}{3} = x$

3. $\frac{7-4x}{3} = 0$

4. $\frac{(x^2 - 3x)(1-x)}{2} = 0$

5. $3x^2 + 4 = (x-2)^2$

6. $(3x-2)^2 - x(3x-2) = 0$

7. $(x-1)(x+2) = -2$