Puissances

1. Connaître la définition d'une puissance pour un exposant positif

Exemples : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ $\qquad \dfrac{3^2 \times 2^3}{5^2} = \dfrac{9 \times 8}{25} = \dfrac{72}{25}$

⚠ Erreur classique : $3^2 \neq 6$

2. Connaître la définition d'une puissance pour un exposant négatif

Exemples : $3^{-4} = \dfrac{1}{3^4}$ $\qquad 3^{-4}$ est l'inverse de 3^4.

• Pour tout réel a et tout entier n positif ou négatif, on a : $\boxed{\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}}$

Remarque : sauf pour les puissances de 10, on préfère donner les résultats avec des exposants positifs.

Par exemple : 7^{-2} sera donné sous la forme $\dfrac{1}{7^2}$ ou $\dfrac{1}{49}$

3. Connaître les règles opératoires et savoir les appliquer

• Pour tout réel a et tout entier n et p positifs ou négatifs, on a : $\boxed{a^n \times a^p = a^{n+p}}$ $\qquad \boxed{(a^n)^p = a^{np}}$

Exemples : $2^3 \times 2^2 = 2^5$ $\qquad \left(3^5\right)^2 = 3^{10}$

• Pour tout réel a ($a \neq 0$) et tout entier n et p positifs ou négatifs, on a : $\boxed{\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$ ou $\boxed{\dfrac{a^n}{a^p} = \dfrac{1}{a^{p-n}}}$

Exemples : $\dfrac{5^6}{5^2} = 5^4$ $\qquad \dfrac{7^3}{7^{10}} = \dfrac{1}{7^7}$

• Pour tout réel a et b et tout entier n positif ou négatif, on a : $\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$

Exemples : $(2x)^3 = 2^3 \times x^3 = 8x^3$

• Pour tout réel a et b ($b \neq 0$)et tout entier n positif ou négatif, on a : $\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}}$

Exemples : $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{2^3}{3^3} = \dfrac{8}{27}$

4. Connaître les puissances de 10

Exemples : $100\ 000 = 10^5$ $\quad$ $0{,}001 = 10^{-3}$ $\quad$ Remarque : $0{,}001 = \dfrac{1}{1\ 000} = \dfrac{1}{10^3} = 10^{-3}$

5. Savoir multiplier par des puissances de 10

Exemples : **Exposant positif**

- $2,532 \times 10^2 = 253,2$ « On décale de deux rangs la virgule vers la droite car cela revient à multiplier par 100 »
- $0,42 \times 10^4 = 4\ 200$ « On décale de quatre rangs la virgule vers la droite »
- $76 \times 10^4 = 760\ 000$

Exemples : **Exposant négatif**

- $17,5 \times 10^{-3} = 0,0175$ « On décale de trois rangs la virgule vers la gauche car cela revient à multiplier 17,5 par $\dfrac{1}{10^3}$ soit donc à diviser par 1 000 »
- $125 \times 10^{-5} = 0{,}001\ 25$

A retenir : Pour un exposant positif, on décale la virgule vers la droite ;
Pour un exposant négatif, on décale la virgule vers la gauche

6. Savoir écrire un nombre en écriture scientifique

Méthode : Ecrire le nombre sous la forme $k \times 10^n$ avec $1 \leqslant k < 10$

Exemples :

- $3,067 \times 10^{12}$ et $9,03 \times 10^{-23}$ sont des nombres écrits en écriture scientifique.
- $0{,}001\ 73$ et $2\ 103\ 000$ ne sont pas écrits en écriture scientifique.

En écriture scientifique, on a : $0{,}001\ 73 = 1,73 \times 10^{-3}$ et $21\ 030\ 000 = 2,103 \times 10^7$

- Donner l'écriture scientifique de : $0{,}000\ 003 \times 234,6 \times 10^{-12}$

On a : $0{,}000\ 003 \times 200,1 \times 10^{-12}$

$= 3 \times 10^{-6} \times 2,001 \times 10^2 \times 10^{-12}$

$= 6,003 \times 10^{-16}$