Notation : $\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

1. Calculer une somme notée avec $\sum$

Ex 1 Calculer : $A = \sum_{k=1}^{4} k^2$; $B = \sum_{k=1}^{n} 2$; $C = \sum_{k=0}^{n} 3$

2. Ecrire une somme en notation $\sum$

Ex 2 Ecrire en notation $\sum$ les sommes suivantes :

$S = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n$

$T = \frac{1}{2 \times 1} + \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{2 \times 10}$

$U = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{4} + 3\sqrt{5} + \cdots + 3\sqrt{20}$

3. Relation entre deux sommes

Ex 3 Pour $n \geqslant 1$, on note : $S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2$.

Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n.

Ex 4 Pour $n \geqslant 1$, on note : $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k+1}$.

Pour $n \geqslant 2$, exprimer S_n en fonction de S_{n-1}.

4. Propriétés

Propriété : Soit $\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_k)$ pour α réel. Par factorisation de α dans la somme, on obtient :

$$\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_k) = \alpha\sum_{k=1}^{n} a_k$$

Propriété : Soit $\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k)$ Par regroupement des termes a_k puis des termes b_k dans la somme, on obtient :

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$$

Ex 5 Calculer $\sum_{k=1}^{n}(3k + n)$

5. Décalage d'indice

Exemple : $S_n = \sum_{k=1}^{n} x^{k+1}$. On veut écrire S_n avec une écriture faisant intervenir x^k au lieu de x^{k+1}.

Méthode : S_n a pour premier terme x^2 (pour $k = 1$) et pour dernier terme x^{n+1} (pour $k = n$).

On a donc : $S_n = \sum_{k=1}^{n} x^{k+1} = \sum_{k=2}^{n+1} x^k$

Ex 6

1. **a.** Ecrire $T_n = \sum_{k=0}^{n} x^{k+2}$ avec x^k au lieu de x^{k+2}.

   b. Ecrire $U_n = \sum_{k=1}^{n} kx^{k-1}$ avec x^k au lieu de x^{k-1}.

   c. Ecrire $V_n = \sum_{k=1}^{n}(k+2)x^{k+1}$ avec x^k au lieu de x^{k+1}.

2. **a.** Ecrire $T_n = \sum_{k=0}^{n} x^{k+2}$ en fonction de $S_n = \sum_{k=1}^{n} x^k$.

   b. Ecrire $U_n = \sum_{k=1}^{n} kx^{k-1}$ en fonction de $W_n = \sum_{k=1}^{n}(k+1)x^k$.

   c. Ecrire $V = \sum_{k=1}^{n}(k+2)x^{k+1}$ en fonction de $W_n = \sum_{k=1}^{n}(k+1)x^k$.