Valeur absolue - Correction

Ex 1

Ecrire sans valeur absolue les expressions suivantes :

1. $|-x^2-5|$

Rappel : $|X| = X$ si $X \geqslant 0$ et $|X| = -X$ si $X \leqslant 0$

$-x^2-5$ est négatif sur $\mathbb{R}$ (somme de deux nombres négatifs) donc $|-x^2-5| = -(-x^2-5) = \boxed{x^2+5}$

2. $|-3x^2-4x|$

On cherche le signe de $-3x^2-4x$ sur $\mathbb{R}$.

Pour cela on va chercher les racines du trinôme.

Par factorisation, on obtient : $x(-3x-4) = 0$ d'où les deux racines $x = 0$ et $x = \dfrac{-4}{3}$

On a : $a = -3 < 0$ donc le trinôme est négatif sauf entre les deux racines.

Donc :

Sur $\left]-\infty\ ;\ \dfrac{-4}{3}\right] \cup [0\ ;\ +\infty[$, $|-3x^2-4x| = -(-3x^2-4x) = \boxed{3x^2+4x}$

Sur $\left[\dfrac{-4}{3}\ ;\ 0\right]$, $|-3x^2-4x| = \boxed{-3x^2-4x}$

Ex 2

Rappel : $|x|$ peut être interprété comme la distance de x à 0.

On s'aidera d'un axe gradué pour trouver les solutions aux (in)équations.

On peut aussi résoudre les (in)équations en utilisant la représentation graphique de la fonction valeur absolue.

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|x| = 4$

Solutions : $\boxed{x = 4}$ ou $\boxed{x = -4}$

2. $|x| \geqslant 7$

Solutions : $\boxed{x \leqslant -7}$ ou $\boxed{x \geqslant 7}$

3. $|x| < 5$

Solutions : $\boxed{-5 < x < 5}$

4. $|3x+5| = 2$

On a $\quad |X| = 2 \quad$ pour $\quad X = 2 \quad$ ou $\quad X = -2$

donc $\quad |3x+5| = 2 \quad$ pour $\quad 3x+5 = 2 \quad$ ou $\quad 3x+5 = -2$

ce qui donne après résolution de ces équations : $\boxed{x = -1}$ ou $\boxed{x = \dfrac{-7}{3}}$

5. $|6-2x| > 3$

On a $\quad |X| > 3 \quad$ pour $\quad X < -3 \quad$ ou $\quad X > 3$

donc $\quad |6-2x| > 3 \quad$ pour $\quad 6-2x < -3 \quad$ ou $\quad 6-2x > 3$

ce qui donne après résolution de ces inéquations : $\boxed{x > \dfrac{9}{2}}$ ou $\boxed{x < \dfrac{3}{2}}$

Solutions : $\boxed{S = \left]-\infty\ ;\ \dfrac{3}{2}\right[\cup \left]\dfrac{9}{2}\ ;\ +\infty\right[}$

6. $|5-4x| \leqslant 2$

On a $\quad |X| \leqslant 2 \quad$ pour $\quad -2 \leqslant X \leqslant 2$

donc $\quad |5-4x| \leqslant 2 \quad$ pour $\quad -2 \leqslant 5-4x \leqslant 2$

ce qui donne $\quad -7 \leqslant -4x \leqslant -3$

puis $\quad \dfrac{7}{4} \geqslant x \geqslant \dfrac{3}{4}$

Solutions : $\boxed{S = \left[\dfrac{3}{4}\ ;\ \dfrac{7}{4}\right]}$