Racines carrées - Correction

Ex 1

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2\sqrt{1-x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.

$f(x)$ existe si et seulement si $\quad 1 - x \geqslant 0 \quad$ donc pour $\quad x \leqslant 1$.

$\boxed{D_f =]-\infty \ ; \ 1]}$

2. Calculer l'image de -49.

$f(-49) = 2\sqrt{50} = 2 \times 5\sqrt{2} = \boxed{10\sqrt{2}}$

3. Calculer l'antécédent de 8.

On cherche x tel que $\quad f(x) = 8 \quad$ c'est-à-dire $\quad 2\sqrt{1-x} = 8$

$\sqrt{1-x} = 4$

$1 - x = 16$

$\boxed{x = -15}$

4. Calculer l'antécédent de $\dfrac{3}{5}$.

On cherche x tel que $\quad f(x) = \dfrac{3}{5} \quad$ c'est-à-dire $\quad 2\sqrt{1-x} = \dfrac{3}{5}$

$\sqrt{1-x} = \dfrac{3}{10}$

$1 - x = \dfrac{9}{100}$

$x = 1 - \dfrac{9}{100}$

$\boxed{x = \dfrac{91}{100}}$

Ex 2

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{\dfrac{3+x}{2-x}}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.

$f(x)$ existe si et seulement si $\quad \dfrac{3+x}{2-x} \geqslant 0$.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$3+x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$2-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$\dfrac{3+x}{2-x}$		$-$	0	$+$	||	$-$	

$\boxed{D_f = [-3\ ;\ 2[}$

2. Calculer l'image de 1.

$f(1) = \sqrt{\dfrac{4}{1}} = \boxed{2}$

3. Calculer l'antécédent de $\dfrac{1}{4}$.

On cherche x tel que $\quad f(x) = \dfrac{1}{4} \quad$ c'est-à-dire $\quad \sqrt{\dfrac{3+x}{2-x}} = \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{3+x}{2-x} = \dfrac{1}{16}$

$16(3+x) = 2-x$

$48 + 16x = 2 - x$

$17x = -46$

$\boxed{x = \dfrac{-46}{17}}$

Ex 3

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\sqrt{-2x+1} > 3$

$-2x+1 \geqslant 0 \quad$ (pour l'existence de la racine)

et $\quad -2x+1 > 9 \quad$ (par passage au carré, la fonction carrée étant croissante sur les positifs)

donc $\quad -2x+1 > 9$

soit $\quad -2x > 8$

et donc $\quad x < -4$

$\boxed{S =]-\infty\ ;\ -4[}$

2. $-2\sqrt{x}+1 \geqslant -4$

$-2\sqrt{x} \geqslant -5$

$\sqrt{x} \leqslant \dfrac{5}{2}$

$x \geqslant 0 \quad$ (pour l'existence de la racine)

et $\quad x \leqslant \dfrac{25}{4} \quad$ (par passage au carré, la fonction carrée étant croissante sur les positifs)

donc $\quad 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{25}{4}$

$\boxed{S = \left[0\ ;\ \dfrac{25}{4}\right]}$

3. $2+6\sqrt{1-x} \leqslant 10$

$6\sqrt{1-x} \leqslant 8$

$\sqrt{1-x} \leqslant \dfrac{4}{3}$

$1-x \geqslant 0 \quad$ (pour l'existence de la racine)

et $\quad 1-x \leqslant \dfrac{16}{9} \quad$ (par passage au carré, la fonction carrée étant croissante sur les positifs)

On a donc : $\quad 0 \leqslant 1-x \leqslant \dfrac{16}{9}$

$-1 \leqslant -x \leqslant \dfrac{7}{9}$

$1 \geqslant x \geqslant \dfrac{-7}{9}$

ou $\quad \dfrac{-7}{9} \leqslant x \leqslant 1$

$\boxed{S = \left[\dfrac{-7}{9}\ ;\ 1\right]}$