

Etude des variations d'une fonction

1.

---

Variations d'une fonction sans étude de la dérivée

---

Propriété :

Soit une fonction  $u$  définie sur un intervalle  $I$  et un réel  $k$ .  
La fonction  $u + k$  a même sens de variation que  $u$  sur  $I$ .

Propriété :

Soit une fonction  $u$  définie sur un intervalle  $I$ .

- Si  $k$  est **positif** alors  $ku$  a même sens de variation que  $u$  sur  $I$ .
- Si  $k$  est **négatif** alors  $ku$  a un sens de variation contraire à celui de  $u$  sur  $I$ .

Propriété :

Soit une fonction  $u$  définie sur un intervalle  $I$  et positive sur  $I$ .  
La fonction  $\sqrt{u}$  a même sens de variation que  $u$  sur  $I$ .

Propriété :

Soit une fonction  $u$  définie sur un intervalle  $I$ , de signe constant et ne s'annulant pas sur  $I$ .  
La fonction  $\frac{1}{u}$  a un sens de variation contraire à celui de  $u$  sur  $I$ .

**Ex 1**

Etudier les variations des fonctions suivantes (sans utilisation de la dérivée) :

1.  $f(x) = -2x^2 + 4$  sur  $]-\infty; 0[$

2.  $g(x) = 3\sqrt{x} - 2$  sur  $[0; +\infty[$

3.  $h(x) = \frac{1}{-3x + 5}$  sur  $[2; +\infty[$

4.  $p(x) = \frac{-5}{2x + 4}$  sur  $]2; +\infty[$

---

## Variations d'une fonction avec étude de la dérivée

---

Soit  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

Propriété :

- Si  $f'(x) > 0$  sur  $I$  alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .
- Si  $f'(x) < 0$  sur  $I$  alors  $f$  est strictement décroissante sur  $I$ .
- Si  $f'(x) = 0$  sur  $I$  alors  $f$  est constante sur  $I$ .

### Ex 2

Etudier les variations des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = x\sqrt{x}$  sur  $[0; +\infty[$

2.  $g(x) = \frac{3x+2}{1-x^2}$  sur  $\mathbb{R}$

3.  $h(x) = 2x^3 - 12x$  sur  $\mathbb{R}$