Plans dans l'espace

(représentations paramétriques ou équations cartésiennes)

L'espace est muni d'un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ orthonormé.

Ex 1

Soient trois points A $(1\,;1\,;-2)$, B $(1\,;2\,;-1)$ et C $(3\,;1\,;4)$.

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.

2. Déterminer une représentation paramétrique du plan (ABC).

Ex 2

Soit la droite (d) passant par M $(4\,;1\,;0)$ et de vecteur directeur $\vec{w}$ $(2\,;-5\,;11)$

et le plan $\mathcal{P}$ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 3+2k-t \\ y & = & 3k+4t \\ z & = & -5+k+2t \end{array}\right.$, $k, t \in \mathbb{R}$.

1. Le point B $(1\,;-2\,;1)$ appartient-il à $\mathcal{P}$?

2. Donner deux vecteurs directeurs de $\mathcal{P}$.

3. Démontrer que la droite (d) est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.

4. Déduire de la question précédente une équation du plan $\mathcal{P}$.

Ex 3

Soit la droite (d) de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+k \\ y & = & 4-k \\ z & = & -2+2k \end{array}\right.$, $k \in \mathbb{R}$

et le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $2x-y+4z+1=0$

1. Le point A de coordonnées $(3\,;5\,;-1)$ appartient-il à $\mathcal{P}$?

2. Déterminer un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

3. A l'aide du vecteur normal trouvé précédemment, démontrer que la droite (d) coupe le plan $\mathcal{P}$.

4. Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

Ex 4 Soit le plan $\mathcal{P}_1$ d'équation $-x+6y+z-1=0$ et le plan $\mathcal{P}_2$ d'équation $2x-5y+3z-2=0$.

1. Déterminer un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_1$ et un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_2$ puis en déduire que les plans sont sécants.

2. Déterminer l'intersection de ces deux plans.