

1. Connaitre par cœur la liste des carrés parfaits jusqu'à 12^2 :

4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144

puis par cœur les racines carrées des carrés parfaits :

$$\sqrt{4} = 2 \qquad \sqrt{25} = 5 \qquad \sqrt{64} = 8 \qquad \sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt{9} = 3 \qquad \sqrt{36} = 6 \qquad \sqrt{81} = 9 \qquad \sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{16} = 4 \qquad \sqrt{49} = 7 \qquad \sqrt{100} = 10$$

2. Compléter : 5 est la racine carrée de ...

Réponse : 25 car $5^2 = 25$

3. Donner un carré qui divise 27.

Réponse : 9

4. Encadrer 45 par deux carrés parfaits :

Réponse : $36 < 45 < 49$

5. Simplifier une racine carrée :

Pour tout réel positif a on a : $\sqrt{a^2} = a$

Pour tous réels positifs a et b , on a : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

a. Simplifier $\sqrt{49 \times 3}$

$$\text{On a : } \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = 7 \times \sqrt{3}$$

Réponse : $7\sqrt{3}$

b. Simplifier $\sqrt{11^2 \times 7}$

$$\text{On a : } \sqrt{11^2 \times 7} = \sqrt{11^2} \times \sqrt{7} = 11 \times \sqrt{7}$$

Réponse : $11\sqrt{7}$

c. Simplifier $\sqrt{50}$

Méthode : déterminer un carré parfait qui divise 50. C'est 25.

$$\text{On a : } \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Réponse : $5\sqrt{2}$

d. Simplifier $\sqrt{64x}$ pour x un nombre réel positif.

$$\text{On a : } \sqrt{64x} = \sqrt{64} \times \sqrt{x} = 8\sqrt{x}$$

Réponse : $8\sqrt{x}$

e. Calculer $\sqrt{11 + \sqrt{49}}$

$$\text{On a : } \sqrt{11 + \sqrt{49}} = \sqrt{11 + 7} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2}$$

Réponse : $3\sqrt{2}$

f. Calculer $\sqrt{\sqrt{64}}$

$$\text{On a : } \sqrt{\sqrt{64}} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Réponse : $2\sqrt{2}$

6. Multiplier deux racines carrées

Remarque : cette opération est toujours possible.

Rappel : pour tout réel positif a , on a : $(\sqrt{a})^2 = a$ ou $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Pour tous réels positifs a et b , on a : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

a. Calculer $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$

$$\text{On a : } \sqrt{5} \times \sqrt{11} = \sqrt{5 \times 11} = \sqrt{55}$$

Réponse : $\sqrt{55}$

b. Calculer $-3\sqrt{5} \times 5\sqrt{7}$

$$\text{On a : } -3\sqrt{5} \times 5\sqrt{7} = -3 \times 5 \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = -15\sqrt{35}$$

Réponse : $-15\sqrt{35}$

c. Calculer $(4\sqrt{5})^2$

$$(4\sqrt{5})^2 = 4^2 \times \sqrt{5}^2 = 16 \times 5 = 80$$

Réponse : 80

d. Calculer $\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2$

$$\text{On a : } \left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{(3\sqrt{2})^2}{\sqrt{5}^2} = \frac{9 \times 2}{5} = \frac{18}{5}$$

Réponse : $\frac{18}{5}$

e. Calculer $(\sqrt{7})^3$

$$\text{On a : } (\sqrt{7})^3 = (\sqrt{7})^2 \times \sqrt{7} = 7 \times \sqrt{7}$$

Réponse : $7\sqrt{7}$

f. Simplifier $\sqrt{3^6}$

$$\text{On a : } \sqrt{3^6} = \sqrt{3^{3 \times 2}} = \sqrt{(3^3)^2} = 3^3 = 27$$

Réponse : 27

g. Calculer $\sqrt{25^2 - 25 \times 9}$

Astuce : factoriser 25.

$$\text{On a : } \sqrt{25^2 - 25 \times 9} = \sqrt{25(25 - 9)} = \sqrt{25 \times 16} = \sqrt{25} \times \sqrt{16} = 5 \times 4 = 20$$

Réponse : 20

7. Additionner deux racines

Méthode : cela n'est possible que si les racines carrées sont les « mêmes ».

a. Calculer $2\sqrt{6} + 5\sqrt{6}$

Réponse : $7\sqrt{6}$

b. Calculer $12\sqrt{6} + \sqrt{24}$

Méthode : chercher à simplifier si possible les racines carrées

$$\text{On a : } 12\sqrt{6} + \sqrt{24} = 12\sqrt{6} + \sqrt{4 \times 6} = 12\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 14\sqrt{6}$$

Réponse : $14\sqrt{6}$

c. Calculer $7\sqrt{50} + 4\sqrt{27}$

Méthode : chercher à simplifier si possible les racines carrées

On a : $7\sqrt{50} + 4\sqrt{27} = 7\sqrt{25 \times 2} + 4\sqrt{9 \times 3} = 7 \times 5\sqrt{2} + 4 \times 3\sqrt{3} = 35\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$

Réponse : $35\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$

8. Faire rentrer sous la racine carrée

a. Compléter $5\sqrt{3} = \sqrt{\dots}$

On a : $5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$

ou $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$

Réponse : $\sqrt{75}$

9. Identités remarquables et racines carrées :

a. Calculer $(3 + 2\sqrt{5})^2$

On a : $(3 + 2\sqrt{5})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 = 9 + 12\sqrt{5} + 20 = 29 + 12\sqrt{5}$

Réponse : $29 + 12\sqrt{5}$

b. Calculer $(5 - 4\sqrt{3})^2$

On a : $(5 - 4\sqrt{3})^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 4\sqrt{3} + (4\sqrt{3})^2 = 25 - 40\sqrt{3} + 16 \times 3 =$

$25 - 40\sqrt{3} + 48 = 73 - 40\sqrt{3}$

Réponse : $73 - 40\sqrt{3}$

c. Calculer $(3 + 7\sqrt{2})(3 - 7\sqrt{2})$

On a : $(3 + 7\sqrt{2})(3 - 7\sqrt{2}) = 3^2 - (7\sqrt{2})^2 = 9 - 49 \times 2 = 9 - 98 = -89$

Réponse : -89

10. Supprimer une racine carrée au dénominateur d'une fraction :

a. Supprimer la racine carrée au dénominateur de : $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

Rappel : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Réponse : $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

b. Supprimer la racine carrée au dénominateur de $\frac{4}{3 + \sqrt{2}}$

Méthode : on utilise l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$\frac{4}{3 + \sqrt{2}} = \frac{4(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{12 - 4\sqrt{2}}{3^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{12 - 4\sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{12 - 4\sqrt{2}}{7}$

Réponse : $\frac{12 - 4\sqrt{2}}{7}$

11. Division

Pour tous réels positifs a et b avec $b \neq 0$, on a : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple : $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Réponse : $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$