Calcul de primitives n°2 - Correction

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. On décide de prendre la constante d'intégration C égale à 0.

1. $f(x) = x\ \mathrm{e}^{x^2}$

$f(x) = \dfrac{1}{2} \times \boxed{2x\ \mathrm{e}^{x^2}}$

et $\boxed{F(x) = \dfrac{1}{2} \times \mathrm{e}^{x^2}}$

Formule : $u'\mathrm{e}^u$ Primitive : e^u

avec $u(x) = x^2$ et donc $u'(x) = 2x$

$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)} = \boxed{2x\ \mathrm{e}^{x^2}}$

$\mathrm{e}^{u(x)} = \mathrm{e}^{x^2}$

2. $g(x) = 4\ \mathrm{e}^{-x}$

$g(x) = -4 \times \boxed{(-\mathrm{e}^{-x})}$

$\boxed{G(x) = -4\mathrm{e}^{-x}}$

Formule : $u'\mathrm{e}^u$ Primitive : e^u

avec $u(x) = -x$ et donc $u'(x) = -1$

$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)} = \boxed{-\mathrm{e}^{-x}}$

$\mathrm{e}^{u(x)} = \mathrm{e}^{-x}$

3. $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{2x^2+1}}$

$f(x) = \dfrac{3}{4} \times \boxed{\dfrac{4x}{\sqrt{2x^2+1}}}$

$F(x) = \dfrac{3}{4} \times 2\sqrt{2x^2+1}$

$\boxed{F(x) = \dfrac{3}{2} \times \sqrt{2x^2+1}}$

Formule : $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = 2x^2+1$ et donc $u'(x) = 4x$

$\dfrac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}} = \boxed{\dfrac{4x}{\sqrt{2x^2+1}}}$

$2\sqrt{u(x)} = 2\sqrt{2x^2+1}$

4. $g(x) = \dfrac{5}{(3x-1)^2}$

$g(x) = \dfrac{5}{3} \times \boxed{\dfrac{3}{(3x-1)^2}}$

$G(x) = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{-1}{3x-1}$

$\boxed{G(x) = \dfrac{-5}{9x-3}}$

Formule : $\dfrac{u'}{u^2}$ Primitive : $\dfrac{-1}{u}$

avec $u(x) = 3x-1$ et donc $u'(x) = 3$

$\dfrac{u'(x)}{u^2(x)} = \boxed{\dfrac{3}{(3x-1)^2}}$

$\dfrac{-1}{u(x)} = \dfrac{-1}{3x-1}$

5. $h(x) = 6x^2\left(x^3-1\right)^3$

$h(x) = 2 \times \boxed{3x^2\left(x^3-1\right)^3}$

$H(x) = 2 \times \dfrac{\left(x^3-1\right)^4}{4}$

$\boxed{H(x) = \dfrac{\left(x^3-1\right)^4}{2}}$

Formule : $u' \times u^3$ Primitive : $\dfrac{u^4}{4}$

avec $u(x) = x^3-1$ et donc $u'(x) = 3x^2$

$u'(x) \times u^3(x) = \boxed{3x^2\left(x^3-1\right)^3}$

$\dfrac{u^4(x)}{4} = \dfrac{\left(x^3-1\right)^4}{4}$

6. $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ sur $]0\,;\,\pi[$

$f(x) = \boxed{\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}}$

$\boxed{F(x) = 2\sqrt{\sin x}}$

Formule : $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = \sin x$ et donc $u'(x) = \cos x$

$\dfrac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}} = \boxed{\dfrac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}}$

$2\sqrt{u(x)} = 2\sqrt{\sin x}$