AP Démontrer une égalité.

1) Démontrer que $1+3+3^2+3^3 = \frac{3^4-1}{2}$

On a $1+3+3^2+3^3 = 1+3+9+27 = \boxed{40}$

* $\frac{3^4-1}{2} = \frac{80}{2} = \boxed{40}$

Donc $1+3+3^2+3^3 = \frac{3^4-1}{2}$

A = C
B = C
donc A = B

2) Démontrer que pour tout réel x, on a :
$2x^2-8x+15 = 2(x-2)^2+7$

On a $\boxed{2(x-2)^2+7} = 2(x^2-4x+4)+7$
$= 2x^2-8x+8+7$
$= \boxed{2x^2-8x+15}$

B = …
= A

CQFD

3) Démontrer que pour tout réel x, on a $\frac{3x^2+2}{x^2+1} = 3-\frac{1}{x^2+1}$

$\boxed{3-\frac{1}{x^2+1}} = \frac{3(x^2+1)-1}{x^2+1} = \frac{3x^2+3-1}{x^2+1}$
$= \boxed{\frac{3x^2+2}{x^2+1}}$ CQFD

4) Démontrer que pour tous réels a et b, on a :
$(a^2-b^2)^2+(2ab)^2 = (a^2+b^2)^2$

* $(a^2-b^2)^2+(2ab)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4+4a^2b^2$
$= \boxed{a^4+b^4+2a^2b^2}$
* $(a^2+b^2)^2 = \boxed{a^4+2a^2b^2+b^4}$

Donc $(a^2-b^2)^2+(2ab)^2 = (a^2+b^2)^2$

A = C
B = C
donc A = B

5) Démontrer que pour tout réel x, on a : $6x^2+3x-9 = 3(x-1)(2x+3)$

$\boxed{3(x-1)(2x+3)} = (3x-3)(2x+3)$
$= 6x^2+9x-6x-9 = \boxed{6x^2+3x-9}$

6) Démontrer que $(n+1)^2-n^2 = n+(n+1)$

$(n+1)^2-n^2 = n^2+2n+1-n^2 = \boxed{2n+1}$
$n+(n+1) = \boxed{2n+1}$

donc l'égalité est vérifiée

7) $\dfrac{\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})+1}{\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})-1} = \dfrac{\frac{1}{2}(\frac{x^2+1}{x})+1}{\frac{1}{2}(\frac{x^2+1}{x})-1} = \dfrac{\frac{x^2+1}{2x}+1}{\frac{x^2+1}{2x}-1}$

$= \dfrac{\frac{x^2+1+2x}{2x}}{\frac{x^2+1-2x}{2x}} = \dfrac{x^2+1+2x}{\cancel{2x}} \times \dfrac{\cancel{2x}}{x^2+1-2x}$

$= \boxed{\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}}$

et $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}}$

L'égalité est donc vérifiée

Ex 2

1) $1+2+2^2+2^3+2^4 = 1+2+4+8+16 = 15+16 = \boxed{31}$
$2^5-1 = 32-1 = \boxed{31}$
L'égalité est donc vérifiée

2) $(x+5)(x-3) = x^2-3x+5x-15 = \boxed{x^2+2x-15}$
$(x+1)^2-16 = x^2+2x+1-16 = \boxed{x^2+2x-15}$
Donc $\boxed{(x+5)(x-3) = (x+1)^2-16}$

3) $\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3b^2}{4} = a^2+2\times a\times\frac{b}{2}+\frac{b^2}{4}+\frac{3b^2}{4}$
$= a^2+ab+\frac{4b^2}{4}$
$= a^2+ab+b^2$

L'égalité est donc vérifiée