

$$6) z_A = 1+2i \quad z_B = 1+3i \quad z_N = 2-2i \quad z_P = 1-3i$$

$$a) AN = |z_N - z_A| = |2-2i - 1-2i| = |1-4i| = \sqrt{1+16} = \boxed{\sqrt{17}}$$

$$b) (\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{AB}) = \arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_N - z_P}\right) = \arg\left(\frac{1+3i - 1-2i}{2-2i - 1+3i}\right)$$

$$= \arg\left(\frac{i}{1+i}\right) = \arg(i) - \arg(1+i)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

c) Centre E : milieu de [AB]

$$z_E = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{1+2i + 1+3i}{2} = \frac{2+5i}{2} = \boxed{1 + \frac{5}{2}i}$$

$$\text{Rayon: } EN = |z_N - z_E| = \left|2-2i - 1 - \frac{5}{2}i\right| = \left|1 - \frac{9}{2}i\right|$$

$$EN = \sqrt{1 + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{85}{4}} = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

d)

$$z_{AR} = 2i z_{AN} \quad \text{càd} \quad z_R - z_A = 2i(z_N - z_A)$$

$$\text{donc } z_R - 1 - 2i = 2i(2-2i - 1-2i)$$

$$z_R - 1 - 2i = 2i(1-4i)$$

$$z_R = 2i + 8 + 1 + 2i$$

$$\boxed{z_R = 9 + 4i}$$

$$\text{On a: } z_{AR} = 2i z_{AN}$$

$2i \in \mathbb{C}$ $2i$ n'est pas réel.

donc les vecteurs \overrightarrow{AR} et \overrightarrow{AN} ne sont pas colinéaires et donc les points ne sont pas alignés.