Dans tous les exercices, le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(\text{O}, \vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 1

1. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 2 \quad , \quad b = 3 + \text{i}\sqrt{3} \quad \text{et} \quad c = 2\text{i}\sqrt{3}.$$

Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

2. Déterminer l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 2

On désigne par A le point d'affixe 1. Soit f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z \neq 1$, associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \dfrac{1-z}{\overline{z}-1}$

1. Montrer que, pour tout nombre complexe $z \neq 1$, $\dfrac{z'-1}{z-1}$ est réel.

2. Que peut-on en déduire pour les points A, M et M' ?

Exercice 3

On considère l'application f du plan dans lui même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = z^2$.

On note Ω le point d'affixe 1.

Soit M un point d'affixe z différente de 0 et de 1.

1. Exprimer $\left(\overrightarrow{\text{O}M}, \overrightarrow{\text{O}M'}\right)$ en fonction d'un argument de z.

2. En déduire l'ensemble Γ des points M distincts de O et de Ω tels que O, M et M' soient alignés.

Exercice 4

On considère les points A, B, S, P et Ω, d'affixes respectives :

$$a = -2 + 4\text{i} \quad , \quad b = -4 + 2\text{i} \quad , \quad s = -5 + 5\text{i} \quad p = 1 + 3\text{i} \quad \text{et} \quad \omega = -2 + 2\text{i}.$$

1. Placer tous les points dans un repère.

2. Démontrer que la droite (SΩ) est la médiatrice du segment [AB].

3. Démontrer que $\dfrac{\omega - p}{s - b} = \text{i}$.

En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{BS}}\ ;\ \overrightarrow{\text{P}\Omega}\right)$. Que peut-on en déduire ?

4. **a.** Soit Q le symétrique du point S par rapport à B.

Démontrer que l'affixe de Q est $q = -3 - \text{i}$.

b. Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{AB}}\ ;\ \overrightarrow{\text{PQ}}\right)$. Que peut-on en déduire ?

5. Que représente le point Ω pour le triangle PQS ?

Correction pages suivantes