

TD Proportion et taux d'évolution (3)

4) Calcul direct d'un nombre d'éléments d'un sous-ensemble connaissant la proportion associée

Exemple: les $\frac{3}{4}$ d'une classe de 32 élèves vivent en ville. Calculer le nombre d'élèves de cette classe vivant en ville.

On a $N = 32$ $p = \frac{3}{4}$

On cherche n on sait que $\frac{n}{N} = p$

donc $n = p \times N$

donc $n = \frac{3}{4} \times 32 = 3 \times 8 = 24$

A retenir: Si p est la proportion d'un sous-ensemble A par rapport à un ensemble E alors

$n_A = p \times n_E$

Exemples:

① Hélène verse de 15000 €

Elle reverse les $\frac{3}{7}$ à son demi-frère.

Quelle est le montant de la somme reversée?

$\frac{3}{7} \times 15000 = 6429$

6429 €

② Paul a produit 135 kg de pommes.

Il donne 2% de sa récolte à une association.

Combien de kg donne-t-il?

$\frac{2}{100} \times 135 = 0,02 \times 135 = 2,7$

Il donne $2,7 \text{ kg}$ de pommes

TD Proportion et taux d'évolution (4)

II Taux d'évolution

1) Variation absolue et variation relative

Exemple: Une valeur passe de 15 à 28
la variation absolue est: $28 - 15 = 13$

la variation relative est $\frac{28-15}{15} = \frac{13}{15}$

par rapport à la valeur de départ

$\approx 0,86$

$\approx \frac{86}{100}$

$\approx 86\%$

la valeur a augmentée de 13
ou a subi une augmentation de 86%

Définition

On note V_i la valeur initiale

V_f la valeur finale



$V_f - V_i$ est la variation absolue

$\frac{V_f - V_i}{V_i}$ est la variation relative ou taux d'évolution

(qui peut être noté en % en multipliant le résultat par 100)

Exemple:

Un article valant 126 € est soldé à 80 €.

- 1) Quelle est la variation absolue du prix? (noté V_a)
- 2) Quelle est la variation relative du prix? (noté V_r)
quel est le pourcentage de réduction?

1) $V_a = 80 - 126 = -46$
donc le prix a baissé de 46 €.

2) $V_r = \frac{80 - 126}{126} = -0,365$ donc une baisse de 36,5%
par rapport au prix initial

2) Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

① Exemple: Dans un club, 223 inscrits en sept 2018. Entre sept 2018 et sept 2019, il y a un taux d'évolution de 3,5%.
 Quel est le nombre d'inscrits en sept 2019?

ou variation relative

$$223 + \frac{3,5}{100} \times 223 = \boxed{231} \text{ donc 231 inscrits.}$$

Ce calcul peut se noter

$$\underbrace{223}_{\text{valeur initiale}} \left(1 + \underbrace{\frac{3,5}{100}}_{\text{coefficient multiplicateur}}\right) = 231$$

② Preuve dans le cas général.
 si le taux d'évolution (ou variation relative) est t .
 alors $t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$

Exprimer la valeur finale V_f en fonction de la valeur initiale V_i

On a (par produit en croix)

$$\begin{aligned} V_f - V_i &= t \times V_i \\ \text{donc } V_f &= t \times V_i + V_i \\ V_f &= V_i (t + 1) \text{ (par factorisation)} \end{aligned}$$

$$\text{donc } \boxed{V_f = V_i (1 + t)}$$

avec t taux d'évolution

propriété: Si une valeur initiale subit un taux d'évolution t alors la valeur finale V_f

est $\boxed{V_f = V_i \times (1 + t)}$

$1 + t$ est appelé coefficient multiplicateur de cette évolution.

③ Exemples:

- Si $t = 0,2$ alors $t = 20\%$.
 et équivalent à une augmentation de $\boxed{20\%}$
 et le coeff. multiplicateur k est
 $k = 1 + t = 1 + 0,2 = \boxed{1,2} > 1$
- Si $t = -17\%$ on a une diminution de 17%
 $(t = -0,17)$ et le coeff. multiplicateur k est
 $k = 1 + t = 1 - \frac{17}{100} = 1 - 0,17 = \boxed{0,83} < 1$

A savoir: si $t > 0$ c'est une augmentation.

et $k = 1 + t > 1$



si $t < 0$ c'est une diminution.
 et $k = 1 + t < 1$

Remarque: Pour t , on regarde le signe.
 Pour k , on regarde s'il est plus grand ou plus petit que $\frac{1}{1}$.

④ Exercice: Déterminer le taux d'évolution connaissant le coefficient multiplicateur k

* $k = 1,07$ $k > 1$ donc augmentation (donc $t > 0$)
 $k = 1 + 0,07$ donc $t = 0,07 = 7\%$
 augmentation de 7% .

* $k = 0,91$ $k < 1$ donc diminution (Rmq donc $t < 0$)
 $k = 1 - 0,09$

A savoir: pour trouver t , on fait
 $t = k - 1$
 puisque $k = 1 + t$

$$t = -0,09$$

$$t = -\frac{9}{100} = -9\%$$

donc diminution de 9% .