

## Vecteurs dans l'espace.

$$A(2, -3, 1) \quad B(1, 0, -4) \quad C(0, 3, -9) \quad D(-1, 5, 2)$$

$$1) \vec{AB} (1-2, 0+3, -4-1) \quad \vec{AC} (0-2, 3+3, -9-1)$$

$$\boxed{\vec{AB} (-1, 3, -5)} \quad \boxed{\vec{AC} (-2, 6, -10)}$$

b) On a  $\vec{AC} = 2\vec{AB}$   
donc les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires  
donc les points A, B, C sont alignés.

$$c) \vec{AB} (-1, 3, -5) \quad \vec{AD} (-3, 8, 1)$$

les coordonnées de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AD}$  ne sont pas proportionnelles  
en effet pour les x :  $\frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$  }  $\frac{1}{3} \neq \frac{3}{8}$   
pour les y :  $\frac{3}{8}$  } car  $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$

les vecteurs ne sont pas colinéaires et  $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$   
donc les points ne sont pas alignés  
donc ils définissent un plan que l'on note (ABD)

$$2) \vec{AE} = 2\vec{AB} + 3\vec{AD} \quad E(x, y, z)$$

$$\vec{AE} (x-2, y+3, z-1) \quad 2\vec{AB} (-2, 6, -10)$$

$$3\vec{AD} (-9, 24, 3)$$

$$\text{donc } 2\vec{AB} + 3\vec{AD} (-11, 30, -7)$$

$$\vec{AE} = 2\vec{AB} + 3\vec{AD}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -11 \\ y+3 = 30 \\ z-1 = -7 \end{cases} \quad (\text{Égalité des coordonnées})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 27 \\ z = -6 \end{cases}$$

$$\boxed{E(-9, 27, -6)}$$

$$3) \text{ABDF parallélogramme} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{FD}$$

(Δ ordre des lettres)

$$\vec{AB} (-1, 3, -5) \quad F(x, y, z) \quad D(-1, 5, 2)$$

$$\vec{FD} (-1-x, 5-y, 2-z)$$

$$\vec{AB} = \vec{FD} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1-x \\ 3 = 5-y \\ -5 = 2-z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 7 \end{cases}$$

$$\boxed{F(0, 2, 7)}$$

$$4) \text{J milieu de } [AB]$$

$$\text{donc } x_J = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_J = \frac{y_A + y_B}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$z_J = \frac{z_A + z_B}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\boxed{J\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)}$$

Rayon :  $JD$

$$JD = \sqrt{(x_D - x_J)^2 + (y_D - y_J)^2 + (z_D - z_J)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(5 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{169}{4} + \frac{49}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{243}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{243}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{9 \times 27}}{2} = \frac{\sqrt{9 \times 9 \times 3}}{2} = \frac{3 \times 3 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{rayon: } \boxed{\frac{9\sqrt{3}}{2}}$$