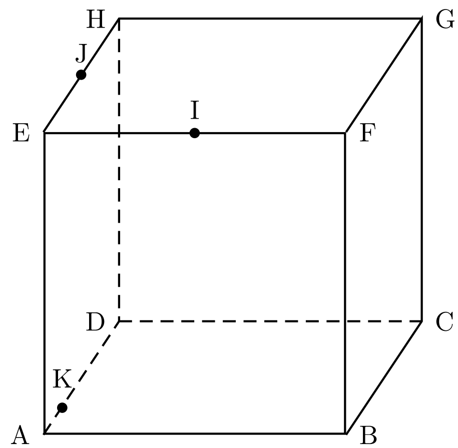
DM - Géométrie dans l'espace

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête de longueur 1, dont la figure est donnée ci-dessous.

On note I le milieu du segment $[EF]$, J le milieu du segment $[EH]$ et K le point du segment $[AD]$ tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

On note $\mathscr{P}$ le plan passant par I et parallèle au plan (FHK).

On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1. Justifier que les coordonnées des points F, H et K sont $F(1\,;0\,;1)$, $H(0, 1, 1)$ et $K\left(0\,;\frac{1}{4}\,;0\right)$

2. **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\,(4\,;4\,;-3)$ est un vecteur normal au plan (FHK).

b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (FHK) est $4x+4y-3z-1=0$.

c. Justifier qu'une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$ est $4x+4y-3z-\frac{1}{2}=0$.

3. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AE).

b. Calculer les coordonnées du point M', point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite (AE).

4. On note Δ la droite passant par le point E et orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.

b. Soit la droite (d) de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{llll} x & =2 & + & k \\ y & =2 & + & k \\ z & = & & k \end{array}\right. \quad , k \in \mathbb{R}$$

Donner un point et un vecteur directeur de la droite (d).

c. Calculer les coordonnées du point R, intersection de la droite Δ et de la droite (d).

(on admet que ces deux droites sont sécantes)