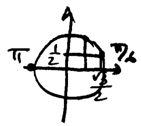
DM Primitives

1) $f(x) = 4\cos x - \frac{\sin x}{2}$ sur $\mathbb{R}$

a) $F(x) = 4\sin x + \frac{\cos x}{2}$ (Constante $C = 0$)

b) $F\left(\frac{\pi}{6}\right) - F(\pi)$

$= 4\sin\frac{\pi}{6} + \frac{\cos\frac{\pi}{6}}{2} - \left(4\sin\pi + \frac{\cos\pi}{2}\right)$



$= 4\times\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \left(0 - \frac{1}{2}\right)$

$= 2 + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}$

$= \boxed{\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}}$

2) $f(x) = 4x + \frac{1}{x^2} + 2$ sur $]0,+\infty[$

x a) $F(x) = 4\times\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 2x + C$ avec $C\in\mathbb{R}$

$F(1) = 0$ donc $2 - 1 + 2 + C = 0$

$C = -3$

$\boxed{F(x) = 2x^2 - \frac{1}{x} + 2x - 3}$

b) $F(1+\sqrt{2}) = 2(1+\sqrt{2})^2 - \frac{1}{1+\sqrt{2}} + 2(1+\sqrt{2}) - 3$

$= 2(1+2\sqrt{2}+2) - \frac{1}{1+\sqrt{2}} + 2 + 2\sqrt{2} - 3$

$= 6 + 4\sqrt{2} - \frac{1}{1+\sqrt{2}} - 1 + 2\sqrt{2}$

$= 5+6\sqrt{2} - \frac{1}{1+\sqrt{2}}$ Utiliser (Expression conjuguée !)

$= 5+6\sqrt{2} - \frac{1-\sqrt{2}}{1-2}$

$= 5+6\sqrt{2} - \frac{1-\sqrt{2}}{-1} = 5+6\sqrt{2} - \frac{-1+\sqrt{2}}{1} = 5+6\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$

$= \boxed{6+5\sqrt{2}}$

x 3) $f(x) = \frac{6x^2+5x}{3x+1}$ sur $]0,+\infty[$

a) $2x+1-\frac{1}{3x+1} = \frac{2x(3x+1)+1(3x+1)-1}{3x+1}$

$= \frac{6x^2+2x+3x+1-1}{3x+1} = \frac{6x^2+5x}{3x+1}$

donc $f(x) = 2x+1-\frac{1}{3x+1}$

b) $F(x) = x^2 + x - G(x)$ avec G primitive de g définie par $g(x) = \frac{1}{3x+1}$

[Formule $\frac{u'}{u}$ avec $u(x) = 3x+1$]

$g(x) = \frac{1}{3}\times\frac{3}{3x+1}$

$G(x) = \frac{1}{3}\ln(3x+1)$

car $3x+1 > 0$ sur $]0,+\infty[$

donc $\boxed{F(x) = x^2 + x - \frac{1}{3}\ln(3x+1)}$

x 4) $f(x) = \frac{e^{-x}}{(2e^{-x}+1)^2}$ sur $\mathbb{R}$

Formule $\frac{u'}{u^2}$ avec $u(x) = 2e^{-x}+1$
$u'(x) = -2e^{-x}$
Primitive $-\frac{1}{u}$

$f(x) = \frac{1}{-2}\times\frac{-2e^{-x}}{(2e^{-x}+1)^2}$

$F(x) = -\frac{1}{2}\times\frac{-1}{2e^{-x}+1}$

$\boxed{F(x) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2e^{-x}+1}}$

5) $f(x) = \sin x\cos^3 x$ sur $\mathbb{R}$

Formule $u'u^3$ avec $u(x) = \cos x$
$u'(x) = -\sin x$
Primitive $\frac{u^4}{4}$

$f(x) = -(-\sin x)\cos^3 x$

$\boxed{F(x) = -\frac{\cos^4 x}{4}}$