

Dans tous les exercices, l'espace est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 1 Soient les points $A(3 ; 2 ; 1)$, $B(-1 ; 2 ; 3)$ et $C(0 ; -1 ; 1)$.

Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par A et perpendiculaire à la droite (BC).

Exercice 2 Soient le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $2x - z - 4 = 0$ et $A(-2 ; 1 ; 3)$ et $B(2 ; 1 ; 1)$ deux points.

Montrer que la droite (AB) est perpendiculaire au plan \mathcal{P} .

Exercice 3 Soient les points $A(1 ; 2 ; -3)$, $B(-1 ; 0 ; 4)$ et $C(-2 ; 2 ; 5)$.

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
2. Démontrer que le vecteur $\vec{w} \left(8 ; \frac{5}{2} ; 3 \right)$ est normal au plan (ABC) puis déterminer une équation du plan (ABC).

Exercice 4 Soit le plan \mathcal{P} d'équation $-4x + y - z + 1 = 0$.

Déterminer une équation du plan \mathcal{P}' parallèle à \mathcal{P} et passant par le point $A(0 ; 2 ; -4)$.

Exercice 5 Soit le plan \mathcal{P} d'équation $-x + \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}z + 4 = 0$ et le plan \mathcal{P}' d'équation $-3x + y - 2z + 5 = 0$.

Démontrer que les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles. \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont-ils strictement parallèles ?

Exercice 6 Soit le plan \mathcal{P}_1 d'équation $2x + y - 3z + 1 = 0$ et le plan \mathcal{P}_2 d'équation $-x + 2y + 2z - 2 = 0$.

1. Démontrer que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.
2. \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont-ils perpendiculaires ?
3. Déterminer la droite d'intersection de \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .

Exercice 7 Soit la droite (d) de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 2k \\ y = 1 - k \\ z = 2 + 3k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

et le plan \mathcal{P} d'équation $x - y - z + \alpha = 0$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Démontrer que (d) est parallèle au plan \mathcal{P} .
2. Déterminer α pour que (d) soit incluse dans \mathcal{P} .

Exercice 8 Soient la droite (d) de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -5 + 2k \\ y = 7 + k \\ z = -1 - 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

et \mathcal{P} le plan d'équation $-2x + 3y - z + 1 = 0$.

1. Démontrer que (d) coupe le plan \mathcal{P} .
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (d) et du plan \mathcal{P} .

Exercice 9 Soit la droite (d) de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + 2k \\ z = k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

et la droite (Δ) passant par $C(8 ; -5 ; -6)$ et de vecteur directeur $\vec{w}(1 ; 1 ; -1)$.

1. Démontrer que (d) et (Δ) sont orthogonales.
2. (d) et (Δ) sont-elles sécantes ?