Distance d'un point à un plan.
Distance d'un point à une droite

Exercice 1 Distance d'un point à un plan

Définition : La distance d'un point A à un plan $\mathscr{P}$ est la plus petite distance AM pour M appartenant à $\mathscr{P}$.

Propriété : dist $(A\ ,\mathscr{P}) = AH$

avec H point d'intersection de la droite perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$ passant par le point A.

H est appelé projeté orthogonal de A sur le plan $\mathscr{P}$.

L'espace est muni d'un repère orthonormé.

Soit le plan $\mathscr{P}$ d'équation $-x+2y+3z-11=0$ et A le point de coordonnées $(2\ ;\ -3\ ;\ 4)$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$ et passant par le point A .

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathscr{P}$.

b. En déduire la distance du point A au plan $\mathscr{P}$.

Exercice 2 Distance d'un point à une droite

Définition : La distance d'un point A à une droite (d) est la plus petite distance AM pour M appartenant à (d).

Propriété : dist $(A\ ,(d)) = AH$

avec H point d'intersection de la droite (d) avec le plan perpendiculaire à (d) passant par le point A.

H est appelé projeté orthogonal de A sur (d).

L'espace est rapporté à un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ orthonormé.

Soit t un nombre réel. On donne le point $A\ (-1\ ;\ 2\ ;\ 3)$ et la droite (d) de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 9+4t \\ y &=& 6+t \qquad t\in\mathbb{R} \\ z &=& 2+2t \end{array}\right.$$

Le but de cet exercice est de calculer de deux façons différentes la distance entre le point A et la droite (d).

Méthode 1 :

1. Donner une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$, perpendiculaire à la droite (d) et passant par A.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal du point A sur la droite (d) .

b. En déduire la distance du point A à la droite (d).

Méthode 2 :

Soit M un point de la droite (d).

1. Exprimer AM^2 en fonction de t.

2. En déduire la distance du point A à la droite (d). (c'est-à-dire la valeur minimale de AM).