TD (11)

**Ex 9** Soit $f(x) = \frac{4x}{7} - 3$ pour $x \in \mathbb{R}$

1) Justifier que $f$ est affine
2) En déduire les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$
3) Sans faire de calcul, comparer $f(-\frac{5}{8})$ et $f(1)$

**Ex 10** Soit $f(x) = 1 - 2x$ pour $x \in \mathbb{R}$

1) Justifier que $f$ est affine
2) En déduire les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$
3) Sans faire de calcul, comparer $f(2\sqrt{3})$ et $f(\sqrt{3})$

## III Signe d'une fonction affine.

1) Exemple : $f(x) = \frac{3}{5}x - 2$ sur $\mathbb{R}$

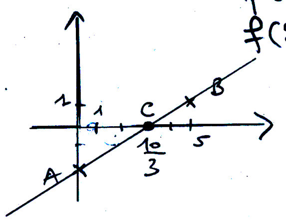
$f$ est affine

$\mathcal{C}_f$ est une droite

On cherche deux points de $\mathcal{C}_f$ :

$f(0) = -2$ point $A(0\ -2)$

$f(5) = 1$ point $B(5,1)$




Pour chercher le signe de $f(x)$ il faut chercher $x_C$

pour cela on résout $f(x) = 0$

$$\frac{3}{5}x - 2 = 0$$

$$\frac{3}{5}x = 2$$

$$x = 2 \times \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Réponse

Si $x < \frac{10}{3}$, $f(x) < 0$

Si $x = \frac{10}{3}$, $f(x) = 0$

Si $x > \frac{10}{3}$, $f(x) > 0$

On peut résumer ceci dans un tableau de signe.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{10}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

TD (12)

2) Propriété :

Soit $f(x) = ax + b$, $x \in \mathbb{R}$ $(a \neq 0)$

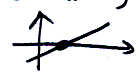
① $f(x) = 0$ quand $ax + b = 0$ donc pour $x = -\frac{b}{a}$

(A comprendre)

② Si $a > 0$, $f$ est croissante sur $\mathbb{R}$ donc le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

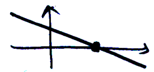
(En effet, la droite est dirigée vers le haut)



③ Si $a < 0$, $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ donc le tableau de signe est

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

(En effet la droite est dirigée vers le bas)



3) Exemple de rédaction :

Soit $f(x) = -x + 4$ sur $\mathbb{R}$

Donner le tableau de signe de $f(x)$

① $f$ est une fonction affine car de la forme $f(x) = ax + b$.

② $f(x) = 0$ quand $-x + 4 = 0$ donc pour $\boxed{x = 4}$

③ $a = -1 < 0$ donc $f$ décroissante sur $\mathbb{R}$

④ Donc le tableau de signe est

| $x$ | $+\infty$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

4) Exercice :

**Ex 11** Pour chacune des fonctions, donner le tableau de signe sur $\mathbb{R}$

1) $f(x) = -2 + x$
2) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

# TD (13) Correction exercices

**Ex 9** $f(x) = \frac{4x}{7} - 3 \quad x \in \mathbb{R}$

1) $f(x) = \frac{4}{7}x - 3 = ax + b$ avec $a = \frac{4}{7}$ et $b = -3$
donc $f$ est <u>affine</u>

2) $a = \frac{4}{7} > 0$ donc $f$ croissante sur $\mathbb{R}$

3) $-\frac{5}{8} < 1$ et $f$ croissante sur $\mathbb{R}$
donc $\boxed{f(-\frac{5}{8}) < f(1)}$
(le sens de l'inégalité ne change pas)

**Ex 10** Soit $f(x) = 1 - 2x \quad x \in \mathbb{R}$

1) $f(x) = -2x + 1 = ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 1$
donc $f$ est affine

2) $a = -2 < 0$ donc $f$ décroissante sur $\mathbb{R}$

3) $\sqrt{3} < 2\sqrt{3}$ et $f$ décroissante sur $\mathbb{R}$
donc $\boxed{f(\sqrt{3}) > f(2\sqrt{3})}$
(Si la fonction est décroissante, le sens de l'inégalité change)

**Ex 11**

1) $f(x) = -2 + x$
① $f(x) = x - 2$ donc $f$ affine car $f(x) = ax + b$
② $f(x) = 0$ quand $x - 2 = 0$
donc pour $x = 2$
③ $a = 1 > 0$ donc $f$ croissante sur $\mathbb{R}$
④ <u>Conclusion:</u>

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

2) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$
① $f(x) = ax + b$ donc $f$ affine
② $f(x) = 0$ quand $-\frac{1}{2}x + 3 = 0$
$-\frac{1}{2}x = -3$
$-\frac{2}{2}x = -6$ $\quad \boxed{x = 6}$
③ $a = -\frac{1}{2} < 0$
donc $f$ décroissante sur $\mathbb{R}$
④ <u>Conclusion:</u>

| $x$ | $-\infty$ | | $6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |