$\boxed{\text{n° 78 p 111}}$

1) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $(-2x+1)(x-3)+25 = (-2x+11)(x+2)$

On a : $(-2x+1)(x-3)+25$
$= -2x^2+6x+x-3+25 = \boxed{-2x^2+7x+22}$

On a : $(-2x+11)(x+2) = -2x^2-4x+11x+22 = \boxed{-2x^2+7x+22}$

L'égalité est donc vérifiée

2) En déduire les solutions de $(-2x+1)(x-3) \geq -25$

On a $(-2x+1)(x-3) \geq -25$
$\Leftrightarrow (-2x+1)(x-3)+25 \geq 0$
$\Leftrightarrow (-2x+11)(x+2) \geq 0$

On cherche le signe d'un produit on résume tous les cas dans un tableau de signe

x	$-\infty$	-2		$11/2$	$+\infty$
$-2x+11$	$+$		$+$	0	$-$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$(-2x+11)(x+2)$	$-$	0	$+$	0	$-$

* $-2x+11 = ax+b$
avec $a=-2<0$
donc f° décroissante
$-2x+11=0$
pour $\boxed{x=\frac{11}{2}}$

* $x+2 = ax+b$
avec $a=1>0$
donc f° croissante
$x+2=0$ pour $\boxed{x=-2}$

Réponse : $\boxed{S=[-2, \frac{11}{2}]}$

$\boxed{\text{n° 82 p 111}}$

$f(x) = 4x-6$ $\quad g(x) = -5x+3$

1) Variations de f sur $\mathbb{R}$

$f(x) = ax+b$ avec $a=4>0$
donc f° affine croissante sur $\mathbb{R}$

Variations de g sur $\mathbb{R}$

$g(x) = -5x+3 = ax+b$ avec $a=-5<0$
donc f° affine décroissante sur $\mathbb{R}$

2) Soit $a \in [-1, 2]$

a) On a : $-1 \leq a \leq 2$
f croissante sur $\mathbb{R}$ donc $f(-1) \leq f(a) \leq f(2)$
(le sens de l'inégalité ne change pas)
donc $-4-6 \leq f(a) \leq 8-6$
$\boxed{-10 \leq f(a) \leq 2}$

g décroissante sur $\mathbb{R}$ donc $g(-10) \geq g(f(a)) \geq g(2)$
(le sens de l'inégalité change)
$50+3 \geq g(f(a)) \geq -10+3$
$53 \geq g(f(a)) \geq -7$
donc $\boxed{-7 \leq g(f(a)) \leq 53}$

b) On a $-1 \leq a \leq 2$
g décroissante donc $g(-1) \geq g(a) \geq g(2)$
$5+3 \geq g(a) \geq -10+3$
$8 \geq g(a) \geq -7$
ou $\boxed{-7 \leq g(a) \leq 8}$

f croissante donc $f(-7) \leq f(g(a)) \leq f(8)$
$-28-6 \leq f(g(a)) \leq 32-6$
$\boxed{-34 \leq f(g(a)) \leq 26}$

Ex 85 p 112

1) a) Soit f affine donc de la forme $f(x) = ax+b$.
Soit u, v deux réels, on veut démontrer que
$$f\left(\frac{u+v}{2}\right) = \frac{f(u)+f(v)}{2}$$

On a $f\left(\frac{u+v}{2}\right) = a\left(\frac{u+v}{2}\right) + b = \frac{a(u+v)}{2} + b = \frac{au+av+2b}{2}$

et $\frac{f(u)+f(v)}{2} = \frac{au+b+av+b}{2} = \frac{au+av+2b}{2}$

On a donc $f\left(\frac{u+v}{2}\right) = \frac{f(u)+f(v)}{2}$

b) On a donc démontré que l'image par une fonction affine de la moyenne de 2 nombres u et v est égale à la moyenne des images de u et de v

2a) Soit $f(x) = ax+b$ deux fonctions affines
$g(x) = a'x+b'$

On a $f(x)+g(x) = ax+b+a'x+b$
$= x(a+a') + 2b = \underbrace{(a+a')x + 2b}_{\text{de la forme } ax+b. \text{ donc affine.}}$

b) Si f et g sont deux fonctions affines alors il existe deux nombres réels a et b tels que pour tous réels x, on a $(f+g)(x) = ax+b$.