Exercice 1

On s'intéresse à la durée d'attente d'un client Internet lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. Une étude permet de modéliser cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,6.

1. Quelle est la durée d'attente moyenne que peut espérer un client Internet qui appelle cette ligne d'assistance ?
2. Calculer la probabilité que la durée d'attente d'un client Internet choisi au hasard soit inférieure à 5 minutes.

Exercice 2

En moyenne, un moteur d'avion peut fonctionner 2 000 heures sans panne.
En supposant que sa durée de fonctionnement est modélisée par une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle, calculer la probabilité que le moteur connaisse un problème lors d'un vol de 10 heures.

Exercice 3

La durée de vie d'un certain appareil dépasse 800 heures avec une probabilité de 0,45 et dépasse 1 200 heures avec une probabilité égale à 0,30. Cet appareil ayant une durée de vie sans vieillissement, on se demande quelle est la probabilité qu'il puisse fonctionner pendant 2 000 heures au moins. On envisage deux méthodes indépendantes.

Méthode 1 : Préciser la loi de probabilité de la variable aléatoire T qui modélise la durée de vie de l'appareil et déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de son paramètre λ. En déduire $P(T \geqslant 2\ 000)$.

Méthode 2 : En considérant la probabilité $P_{(T \geqslant 1\ 200)}(T \geqslant 2\ 000)$, déduire une relation entre $P(T \geqslant 2\ 000)$, $P(T \geqslant 1\ 200)$ et $P(T \geqslant 800)$ puis conclure.

Exercice 4

La durée de vie, exprimée en année, d'un composant électronique est une variable aléatoire notée T qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Une étude statistique a permis d'estimer que pour ce type de composant, la durée de vie ne dépasse pas 5 ans avec une probabilité de $0,675$.

1. Calculer la valeur de λ arrondie à 3 décimales.
2. Quelle est la durée de vie moyenne de ces composants ? Donner le résultat au mois près.
3. Quelle est la probabilité arrondie à trois décimales, qu'un composant de ce type dure :
   - **a.** moins de 8 ans ?
   - **b.** plus de 15 mois ?
   - **c.** au moins 8 ans sachant qu'il fonctionne encore au bout de 3 ans ?
4. On considère que la durée de vie d'un de ces composants est indépendante de la durée de vie des autres composants. Un technicien achète 10 de ces composants.
   - **a.** Quelle est la probabilité qu'au moins un de ces composants ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
   - **b.** Déterminer le nombre minimal de composants que le technicien devrait acheter pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne correctement pendant plus de 10 ans soit supérieure à $0,999$.