(2)

Exercice loi uniforme :

1) a) $P(X>8) = P(8 \leq X \leq 12) = \dfrac{\text{longueur de } [8,12]}{\text{longueur de } [2,12]}$

$= \dfrac{12-8}{12-2} = \dfrac{4}{10} = \boxed{\dfrac{2}{5}}$ ou $\boxed{0,4}$

b) $P_{(X>6)}(X>10) = \dfrac{P(X>10 \text{ et } X>6)}{P(X>6)}$

Formule des probabilités conditionnelles $P_B(A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

$= \dfrac{P(X>10)}{P(X>6)}$

$= \dfrac{P(10<X\leq 12)}{P(6<X\leq 12)} = \dfrac{12-10}{12-6} = \dfrac{2}{6} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$

2) $E(X) = \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{2+12}{2} = \boxed{7}$

le nombre moyen espéré est de 7

Exercice loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,06$

donc $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

$f(x) = 0,06\ e^{-0,06x}$

Rmq : il est pratique de faire le calcul avec λ puis de remplacer à la fin λ par 0,06

1 a) $P(T<3) = P(0 \leq T < 3)$

$= \int_0^3 f(x)\,dx$

$= \int_0^3 \lambda e^{-\lambda x}\,dx$

$= \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^3$

$= -e^{-3\lambda} + e^0$

$= 1 - e^{-3\lambda} = 1 - e^{-3\times 0,06} \simeq \boxed{0,16}$

b) $P(T>10) = 1 - P(0 \leq T \leq 10)$

$= 1 - \int_0^{10} f(x)\,dx = 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^{10}$

$= 1 - (-e^{-10\lambda} + e^0) = 1 + e^{-10\lambda} - 1 = e^{-10\lambda}$

$P(T>10) = e^{-10\lambda} = e^{-10\times 0,06} \simeq \boxed{0,55}$

c) $P_{(T>3)}(T>10)$

$= P(T>7)$ (*)

$= e^{-7\lambda}$ (m̃ calcul que précédemment)

$= e^{-7\times 0,06}$

$\simeq \boxed{0,66}$

Rmq : Ceci est une probabilité conditionnelle que l'on peut calculer comme d'habitude avec $P_B(A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ mais avec la loi exp. il est plus simple d'utiliser la propriété de durée de vie sans vieillissement.

(*) d'après la prop. de durée de vie sans vieillissement

2) Durée de vie moyenne : $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{0,06} \simeq 17$

$\boxed{17 \text{ ans}}$