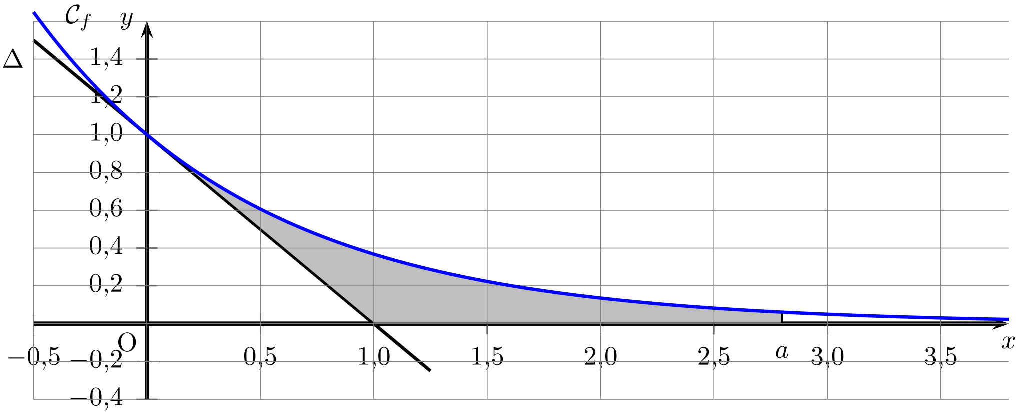
Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x}$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et Δ la droite d'équation $y = -x + 1$ dans un repère orthonormé du plan.



Soit a un nombre réel vérifiant $a > 1$. On appelle D le domaine colorié sur le graphique délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, la droite Δ, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = a$. On note $\mathcal{A}$ l'aire, exprimée en unité d'aire, du domaine D.

1. Déterminer en fonction de a la valeur de $\mathcal{A}$.
2. Déterminer la limite de $\mathcal{A}$ lorsque a tend vers $+\infty$.
3. Pour $a = 2$, donner une valeur approchée de l'aire en cm^2 arrondie au mm^2.

Exercice 2 On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \ln(x)$

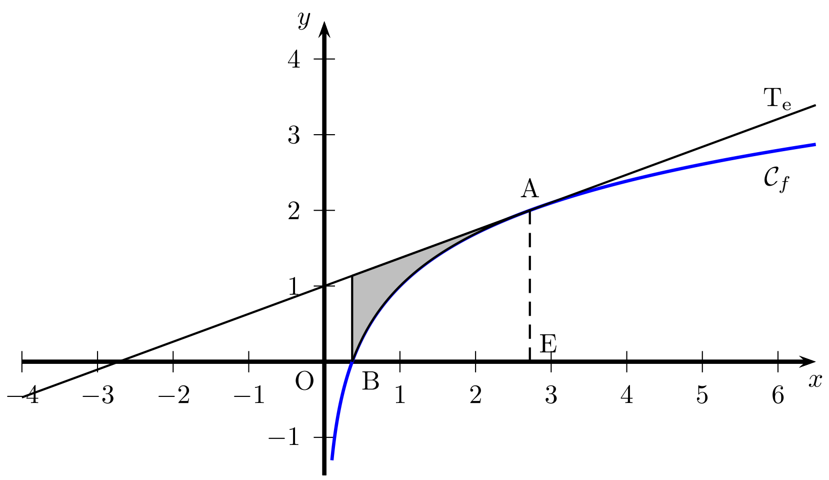
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

On note A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse e et on note T_e la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.

On note B le point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

Le point E est le projeté orthogonal du point A sur l'axe des abscisses

On admettra que sur $]0\ ;\ +\infty[$, $\mathcal{C}_f$ reste en dessous de T_e.



1. On considère la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = x \ln x$.

   Démontrer que la fonction g est une primitive de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

2. Déterminer la valeur exacte de l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine limité par $\mathcal{C}_f$, T_e et les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par B et E. Ce domaine est grisé sur le graphique.

   Donner une valeur approchée arrondie au millième de cette aire.