

Un récipient contient un gaz constitué de deux sortes de particules : 75 % de particules A et 25 % de particules B.

Les particules sont projetées sur une cible formée de deux compartiments K1 et K2.

L'expérience est modélisée de la façon suivante :

- une particule au hasard parmi les particules de type A entre dans K1 avec la probabilité $\frac{1}{3}$ et dans K2 avec la probabilité $\frac{2}{3}$;
- une particule au hasard parmi les particules de type B entre dans chacun des compartiments avec la probabilité $\frac{1}{2}$.

Partie A

1. Soit une particule au hasard.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A1 : « la particule isolée est de type A et elle entre dans K1 »,

A2 : « la particule isolée est de type A et elle entre dans K2 »,

B1 : « la particule isolée est de type B et elle entre dans K1 »,

B2 : « la particule isolée est de type B et elle entre dans K2 »,

C1 : « la particule entre dans K1 »,

C2 : « la particule entre dans K2 ».

2. On procède cinq fois de suite et de façon indépendante à l'épreuve décrite en introduction.

Le nombre de particules étant très grand, on admettra que les proportions 75 % et 25 % restent constantes.

Calculer la probabilité de l'évènement E suivant : « il y a exactement deux particules dans K2 ».

Partie B

Un récipient contient le gaz décrit précédemment. Les particules A sont radioactives et se transforment spontanément en particules B ; chaque particule A donne en se transformant une particule B.

On note $p(t)$ la proportion de particules A dans le gaz. Ainsi, à l'instant $t = 0$, on a $p(0) = 0,75$.

Plus généralement, si t est exprimé en années, on a $p(t) = 0,75e^{-\lambda t}$, où λ est une constante réelle.

La demi-vie¹ des particules de type A est égale à 5 730 ans.

1. Calculer λ ; on prendra une valeur approchée décimale à 10^{-5} près par défaut.
2. Au bout de combien d'années 10 % des particules de type A se seront-elles transformées en particules de type B ?
3. Déterminer la valeur de t pour laquelle il y aura autant de particules de type A que de particules de type B (on arrondira à l'unité).

1. temps au bout duquel le nombre de particules restantes est la moitié du nombre initial.