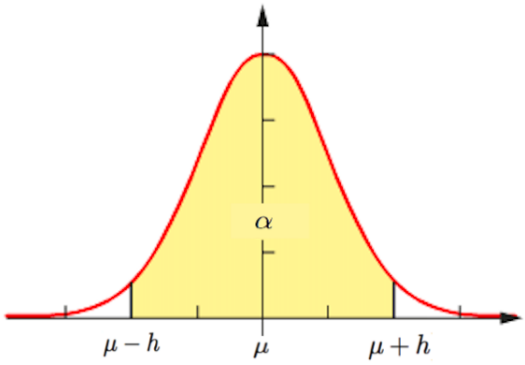
Propriété :

Si X suit la loi $\mathcal{N}(\mu\,,\,\sigma)$ alors pour tout réel $\alpha \in]0\,;\,1[$, il existe un unique réel h tel que

$$P(\mu - h \leqslant X \leqslant \mu + h) = \alpha$$



Exemple et méthode : Soit $\alpha = 0,6$, on cherche h tel que $P(\mu - h \leqslant X \leqslant \mu + h) = 0,6$.

On a donc : $P(X \leqslant \mu + h) = 0,8$

car si $\alpha = 0,6$ alors de chaque côté on a une probabilité de 0,2 (par symétrie de la courbe et ll somme des probabilités étant égale à 1)

Avec la calculatrice (inverse normale), on trouve $\mu + h$ puis h

Exercice 1 Soit une variable aléatoire X de loi normale $\mathcal{N}(7\,;\,0,2)$.

1. Déterminer un réel h positif tel que $P(7 - h \leqslant X \leqslant 7 + h) = 0,9$
2. Cas particulier $\alpha = 0,95$.

   Sans calculatrice, donner une approximation du réel h positif tel que $P(7 - h \leqslant X \leqslant 7 + h) = 0,95$

Exercice 2

Une fabrique de desserts glacés dispose d'une chaîne automatisée pour remplir et emballer des cônes de glace.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque cône prélevé au hasard dans la production, associe la masse (exprimée en grammes) de la glace qu'il contient. On suppose que X suit la loi normale $\mathcal{N}(100\,,\,\sigma)$.

1. Dans cette question, $\sigma = 2\sqrt{2}$.

   Déterminer le réel h tel que $P(100 - h \leqslant X \leqslant 100 + h) = 0,95$.

   Donner une interprétation du résultat.
2. Un cône est considéré comme « bon » lorsque la masse de glace qu'il contient appartient à l'intervalle $[95\,;\,105]$.

   Déterminer à 0,01 près, la valeur de σ telle que la probabilité de l'évènement « le cône est bon » soit égale à 0,95.