$\boxed{\text{n° 73 p211}}$

1) $\vec{u}, \vec{v}$ sont colinéaires donc $\vec{u} = k\vec{v}$ avec $k \in \mathbb{R}$

donc si $\vec{v}(x', y')$ alors $\vec{u}(kx', ky')$

et $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} kx' & x' \\ ky' & y' \end{vmatrix} = kx'y' - x'ky'$
$= 0$

2) $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

a) Supposons $x = 0$ alors $\vec{u}(0, y)$ et $\vec{v}(x', y')$

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 0 & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = 0 \times y' - x'y = -x'y$

or $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ donc $-x'y = 0$

donc $x' = 0$ ou $y = 0$.

donc $\boxed{\vec{v}(0 ; y') \quad \text{ou} \quad \vec{u}(0, 0)}$

① Si $\vec{v}(0 ; y')$ comme $\vec{u}(0, y)$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. en effet

* soit $y' = 0$ et donc $\vec{v} = \vec{0}$

et $\vec{v} = 0 \times \vec{u}$

* soit $y' \neq 0$ et donc $\frac{y}{y'} \times \vec{v} = \vec{u}$.

② Si $\vec{u}(0, 0)$ alors $\vec{u} = \vec{0}$ et $\vec{u} = 0 \times \vec{v}$

donc $\vec{u}, \vec{v}$ colinéaires

b) $x \neq 0 \quad x' \neq 0 \quad y \neq 0 \quad y' \neq 0$

avec $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

càd $xy' - x'y = 0$

$xy' = x'y$

$x' \neq 0$ donc $\frac{xy'}{x'} = y$

et $y' \neq 0$ donc $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$

Si on note k ce nombre on a

$\frac{x}{x'} = k$ et $\frac{y}{y'} = k$

donc $x = kx'$ et $y = ky'$

donc $\vec{u} = k\vec{v}$ et donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires