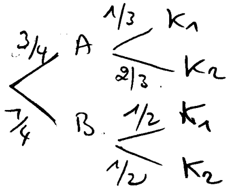
Particules A : 75 % = 0,75 = $\frac{3}{4}$

B 25 % = $\frac{1}{4}$



Partie A

1) $p(A_1) = p(A \cap K_1) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

$p(A_2) = p(A \cap K_2) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

$p(B_1) = p(B \cap K_1) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$p(B_2) = p(B \cap K_2) = \frac{1}{8}$

D'après la formule des prob. totales.

$p(C_1) = p(A \cap K_1) + p(B \cap K_1) = p(A_1) + p(B_1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

$p(C_2) = p(A \cap K_2) + p(B \cap K_2) = p(A_2) + p(B_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

2) Pour une particule :

Succès : " la particule entre dans K_2 ".

$p(S) = p(C_2) = \frac{5}{8}$

Pour 5 particules : les expériences sont indépendantes.

X compte le nombre de succès.

X suit la loi $\mathcal{B}(5 ; \frac{5}{8})$

$p(E) = p(X = 2) = \binom{5}{2} p(S)^2 \, p(\overline{E})^3$

$= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \left(\frac{5}{8}\right)^2 \left(\frac{3}{8}\right)^3$

$= \boxed{0,206}$

Partie B

$p(t) = 0,75 \, e^{-\lambda t}$, t en années. $p(0) = 0,75$

1) $p(5730) = p(0) \times \frac{1}{2}$

$p(5730) = 0,75 \times \frac{1}{2} = 0,375.$

$0,75 \, e^{-5730\lambda} = 0,375.$

$e^{-5730\lambda} = \frac{0,375}{0,75}$

$-5730\lambda = \ln(0,5)$

$\lambda = -\frac{\ln(0,5)}{5730} \simeq \boxed{0,00012}$

2) On cherche t tel que $p(t) = 0,75 \times 90\,\%$.

10 % se sont transformées donc il en reste 90 %

$p(t) = 0,675.$

$0,75 \, e^{-\lambda t} = 0,675$

$e^{-\lambda t} = \frac{0,675}{0,75}.$

$-\lambda t = \ln(0,9)$

$t = \frac{\ln(0,9)}{-\lambda} \simeq \boxed{878 \text{ ans}}$

Au bout de 878 années, 10 % se seront transformées.

3) On cherche t tel que $p(t) = 0,5.$

Autant de particules A que B signifient 50 % de chaque donc $p(t) = 50\,\%$ ou $p(t) = 0,5$

$0,75 \, e^{-\lambda t} = 0,5$

$e^{-\lambda t} = \frac{0,5}{0,75}$

$-\lambda t = \ln\left(\frac{0,5}{0,75}\right)$

$t = -\frac{\ln\left(\frac{0,5}{0,75}\right)}{\lambda} \simeq \boxed{3379 \text{ ans}}$