Ex 1

1) $X \hookrightarrow \mathcal{N}(84, \sigma)$

$Z = \dfrac{X-84}{\sigma} = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

donc Z suit la loi $\mathcal{N}(0,1)$

2) $P(X \leq 64) = P(X-84 \leq -20)$

$= P\left(\dfrac{X-84}{\sigma} \leq -\dfrac{20}{\sigma}\right)$

$= P\left(Z \leq -\dfrac{20}{\sigma}\right)$

3) On a $P(X \leq 64) = 0,16$.

donc $P\left(Z \leq -\dfrac{20}{\sigma}\right) = 0,16$ avec $Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$

On a $-\dfrac{20}{\sigma} \approx -0,994$

donc $\sigma \simeq \dfrac{20}{0,994}$

$\sigma \simeq 20,121$ soit $\boxed{\sigma \simeq 20}$

Ex 2

X : quantité de soda en centilitres

$X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, 1,2)$

1) · $\mu = 50$ $X \hookrightarrow \mathcal{N}(50, 1,2)$

a) $P(X \geq 48) = 0,5 + P(48 \leq X \leq 50)$

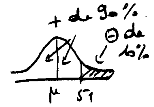
$\simeq \boxed{0,952}$

Donc environ 95,2 % des bouteilles sont commercialisées.

b) $P(X > 51) = 0,5 - P(50 \leq X \leq 51) \simeq \boxed{0,202}$

Donc environ 20,2 % des bouteilles débordent.

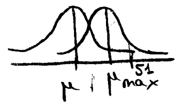
2) On cherche μ tel que $P(X > 51) < 0,1$



ou $P(X \leq 51) \geq 0,9$

le μ maximal cherché correspond à $P(X \leq 51) = 0,9$

en effet pour un même écart-type $\sigma = 1,2$ (*)



(*) Si μ diminue la probabilité de $X \leq 51$ augmente

On pose $Y = \dfrac{X-\mu}{\sigma} = \dfrac{X-\mu}{1,2}$

$P(X \leq 51) = 0,9$

$P(X-\mu \leq 51-\mu) = 0,9$

$P\left(\dfrac{X-\mu}{1,2} \leq \dfrac{51-\mu}{1,2}\right) = 0,9$

$P\left(Y \leq \dfrac{51-\mu}{1,2}\right) = 0,9$

On a : $\dfrac{51-\mu}{1,2} \simeq 1,281$ donc $\mu \simeq -1,281 \times 1,2 + 51$

$\mu \simeq 49,46$

$\boxed{\mu_{max} = 49,46}$