A 1) Temps moyen d'attente

Avec le centre des classe

$$\frac{1\times 75 + 3\times 19 + 5\times 10 + 7\times 5}{75+19+10+5} \simeq 2$$

Environ $\boxed{2 \text{ min}}$

2) T temps d'attente en min

loi exponentielle de paramètre λ

a) $E(T) = 2$ donc $\frac{1}{\lambda} = 2$ $\quad \lambda = \frac{1}{2} = 0{,}5$

b) $P(T<2) = \int_0^2 \lambda e^{-\lambda t}\,dt = \left[-e^{-\lambda t}\right]_0^2$

$= -e^{-2\lambda} + 1$

$= -e^{-1} + 1$

$\simeq \boxed{0{,}6321}$

c) $P_{(T>1)}(T\leq 2) = P(T\leq 1)$ d'après la prop de durée de vie sans vieillissement

$= \left[-e^{-\lambda t}\right]_0^1$

$= -e^{-\lambda} + 1 = -e^{-0{,}5} + 1$

$\simeq \boxed{0{,}3935}$

B D durée de stationnement (en minutes)

$\mu = 70 \quad \sigma = 30.$

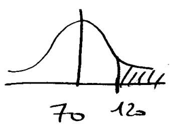
D suit la loi $\mathcal{N}(70{,}30)$

1 a) Durée moyenne 70 minutes

b) $P(D\geq 120) = 0{,}5 - P(70\leq x\leq 120)$

$\simeq 0{,}5 - 0{,}45221$

$\simeq \boxed{0{,}0478}$



c) On cherche t tel que $P(D\leq t) = 0{,}99$

$\boxed{t \simeq 140 \text{ min}}$

Soit environ 2 h 20 minutes.

Tarifs
Si $D \leq 15$ $\quad$ 0 €
Si $15 \leq D \leq 60$ $\quad$ 3,5 €
Si $60 \leq D \leq 120$ $\quad 3{,}5 + t$
Si $120 \leq D \leq 180$ $\quad 3{,}5 + 2t$

Soit X variable aléatoire égale au tarif selon la durée.

Valeurs de X : $0 \quad 3{,}5 \quad 3{,}5+t \quad 3{,}5+2t$.

Loi de probabilité de X

$P(X=0) = P(D\leq 15) \simeq 0{,}0236$

$P(X=3{,}5) = P(15\leq D\leq 60) \simeq 0{,}3361$

$P(X=3{,}5+t) = P(60\leq D\leq 120) \simeq 0{,}5828$

$P(X=3{,}5+2t) = P(120\leq D\leq 180) \simeq 0{,}0477$

On cherche t pour que $E(X) = 5$

or $E(X) \simeq 0\times 0{,}0236 + 3{,}5\times 0{,}3361 + (3{,}5+t)\times 0{,}5828 + (3{,}5+2t)\times 0{,}0477$

$E(X) \simeq 3{,}3831 + 0{,}6782\,t$

donc t vérifie $3{,}3831 + 0{,}6782\,t = 5$

$0{,}6782\,t = 1{,}6169$

$t = \frac{1{,}6169}{0{,}6782}$

$\boxed{t \simeq 2{,}38}$

Soit un tarif de 2 € 38 centimes par heure supplémentaire.