1) $T$ suit la loi uniforme sur $[0, 90]$

2) $P(15 \leq T \leq 40) = \dfrac{40-15}{90-0} = \dfrac{25}{90} = \dfrac{5}{18}$

3) $P(T \geq 60) = P(60 \leq T \leq 90) = \dfrac{90-60}{90-0} = \dfrac{30}{90} = \dfrac{1}{3}$

4) $P_{(T \geq 20)}(T \leq 30) = \dfrac{P(T \geq 20 \text{ et } T \leq 30)}{P(T \geq 20)}$

$= \dfrac{P(20 \leq T \leq 30)}{P(20 \leq T \leq 90)} = \dfrac{\frac{30-20}{90}}{\frac{90-20}{90}} = \dfrac{10}{70} = \dfrac{1}{7}$

$\boxed{\text{Ex 2}}$ $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

$X$ durée de vie en mois.

$E(X) = 10$

1) or $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$ donc $\dfrac{1}{\lambda} = 10$ donc $\lambda = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$

2) $P(X \geq 6) = 1 - P(0 \leq X \leq 6)$

$= 1 - \int_0^6 \lambda e^{-\lambda x}\,dx$

$= 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^6$

$= 1 - \left(-e^{-6\lambda} + e^0\right) = 1 + e^{-6\lambda} - 1$

$= e^{-6\lambda} = e^{-6 \times 0{,}1}$

$\boxed{P(X \geq 6) \simeq 0{,}55}$

3) $P_{(X \geq 6)}(X \geq 12) = P(X \geq 6)$ d'après la propriété de durée de vie sans vieillissement.

$\simeq \boxed{0{,}55}$

4) <u>On cherche $t$ tel que $P(X > t) = 0{,}05$</u>

$P(X > t) = 1 - P(0 \leq X \leq t)$

$= 1 - \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\,dx$

$= 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^t$

$= e^{-t\lambda}$

donc $P(X > t) = 0{,}05$

$\iff e^{-t\lambda} = 0{,}05$

$\iff -t\lambda = \ln(0{,}05)$

$\iff t = -\dfrac{\ln(0{,}05)}{\lambda}$

$\iff t = -\dfrac{\ln(0{,}05)}{0{,}1}$

$\boxed{t \simeq 30}$

Il remplacera la machine au bout de 30 mois soit au bout de 2 ans et demi.