Lois normales et loi exponentielle

Les parties A et B sont indépendantes

Une boulangerie industrielle utilise une machine pour fabriquer des pains de campagne pesant en moyenne 400 grammes.

Pour être vendus aux clients, ces pains doivent peser au moins 385 grammes.

Un pain dont la masse est strictement inférieure à 385 grammes est un pain non-commercialisable, un pain dont la masse est supérieure ou égale à 385 grammes est commercialisable.

La masse d'un pain fabriqué par la machine peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 400$ et d'écart-type $\sigma = 11$.

Les probabilités seront arrondies au millième le plus proche

Partie A

1. *A l'aide du tableau ci-dessous, dans lequel les valeurs sont arrondies au millième le plus proche, répondre aux questions suivantes puis vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice.*

x	380	385	390	395	400	405	410	415	420
$P(X \leqslant x)$	0,035	0,086	0,182	0,325	0,5	0,675	0,818	0,914	0,965

a. Calculer $P(390 \leqslant X \leqslant 410)$.

b. Calculer la probabilité p qu'un pain choisi au hasard dans la production soit commercialisable.

2. Le fabricant trouve cette probabilité p trop faible.

Il décide de modifier ses méthodes de production afin de faire varier la valeur de σ sans modifier celle de μ.

Pour quelle valeur de σ la probabilité qu'un pain soit commercialisable est-elle égale à 96 % ? On arrondira le résultat au dixième.

Partie B

Le boulanger utilise une balance électronique. Le temps de fonctionnement sans dérèglement, en jours, de cette balance électronique est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. On sait que la probabilité que la balance électronique ne se dérègle pas avant 30 jours est de $0,913$. En déduire la valeur de λ arrondie au millième.

Dans toute la suite on prendra $\lambda = 0,003$.

2. Quelle est la probabilité que la balance électronique fonctionne encore sans dérèglement après 90 jours, sachant qu'elle a fonctionné sans dérèglement 60 jours ?

3. Le vendeur de cette balance électronique a assuré au boulanger qu'il y avait une chance sur deux pour que la balance ne se dérègle pas avant un an. A-t-il raison ? Si non, pour combien de jours est-ce vrai ?