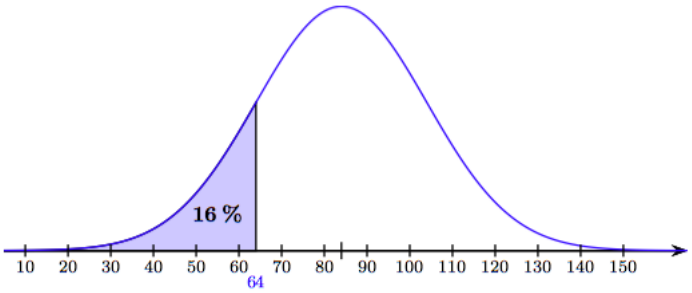
Exercice 1

Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de vie, en mois, d'un type de lave-vaisselle par une variable aléatoire X suivant une loi normale de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type σ. De plus, on a $P(X \leqslant 64) = 0,16$.

La représentation graphique de la fonction densité de probabilité de X est donnée ci-dessous.



On note Z la variable aléatoire définie par

$$Z = \frac{X - 84}{\sigma}$$

1) Quelle est la loi de probabilité suivie par Z ?

2) Justifier que $P(X \leqslant 64) = P\left(Z \leqslant \frac{-20}{\sigma}\right)$.

3) En déduire la valeur de σ, arrondie à 10^{-3}.

Exercice 2

Dans une fabrique de boissons, une machine remplit automatiquement avec du soda des bouteilles de 51 centilitres.

Pour pouvoir être commercialisée, une bouteille doit contenir au moins 48 centilitres de soda.

La quantité de soda en centilitres fournie par la machine peut être modifiée par une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart-type $\sigma = 1,2$

1) La machine est réglée sur $\mu = 50$. Les probabilités seront arrondies au millième le plus proche.

   a. Calculer $P(X \geqslant 48)$. En déduire le pourcentage de bouteilles qui pourront être commercialisées.

   b. Calculer $P(X > 51)$. Que peut-on en déduire ?

2) Le directeur de la fabrique veut qu'il y ait moins de 10 % de bouteilles qui débordent.

   Quelle doit être la valeur maximale de μ arrondie au centième le plus proche ?