TD lois normales (2)

Lien entre la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ et $\mathcal{N}(0,1)$

Définition : X suit la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ si la variable $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathcal{N}(0,1)$

(loi normale centrée réduite)

Rmq : 1) X suit la loi $\mathcal{N}(\mu,\sigma)$ se note $X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu,\sigma)$

2) Si μ ou σ sont inconnues, on peut les trouver grâce à Y.

Exemple : X suit la loi $\mathcal{N}(10, \sigma)$

avec $P(X \leq 11) = 0,6$

Pb : on ne peut pas utiliser la calculatrice pour X car on ne connait pas σ.

Astuce : Se ramener à la loi $\mathcal{N}(0,1)$ (ainsi $\mu = 0$ et $\sigma = 1$)

avec $Y = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-10}{\sigma}$

On a $P(X \leq 11) = 0,6$

$\Leftrightarrow P(X-10 \leq 11-10) = 0,6$

$\Leftrightarrow P(X-10 \leq 1) = 0,6$

$\Leftrightarrow P\left(\frac{X-10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,6$

$\Leftrightarrow P\left(Y \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,6$

$\Leftrightarrow P(Y \leq a) = 0,6$ avec $a = \frac{1}{\sigma}$

Avec la calculatrice (inverse normale)

On trouve $a \simeq 0,253$

donc $\frac{1}{\sigma} \simeq 0,253$

donc $\sigma \simeq \frac{1}{0,253}$

$\boxed{\sigma \simeq 3,95}$