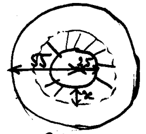
Préparer la 1ère

$\boxed{\text{n°65 p63}}$



1) $x \in [25 ; 30]$

2) a) $S(x)$ est l'aire de la couronne hachurée.

qui est égale à Aire disque de rayon $(25+x)$ − Aire disque de rayon 25

donc $S(x) = \pi(25+x)^2 - \pi \times 25^2$

$S(x) = \pi(625+50x+x^2) - 625\pi$

$S(x) = 625\pi + 50\pi x + \pi x^2 - 625\pi$

$\boxed{S(x) = \pi x^2 + 50\pi x}$

b) $S(0) = 0$

Ceci est prévisible car si $x = 0$, la couronne a une largeur nulle donc une aire nulle

c) $S(30) = \pi \times 30^2 + 50\pi \times 30$

$= 900\pi + 1500\pi$

$\boxed{S(30) = 2400\pi}$ $\quad S(30) \simeq 7540\ mm^2$ ou $75,4\ cm^2$

2400π est l'aire totale de la zone inscriptible du CD.

3) $D(x)$ est proportionnel à $S(x)$ donc il existe un nombre k tel que $D(x) = k \times S(x)$

Déterminons k.

Pour $x = 30$ $\quad$ 80 min de musique donc $D(30) = 80$.

donc $D(30) = k \times S(30)$

$80 = k \times 2400\pi$ donc $k = \frac{8\cancel{0}}{240\cancel{0}\pi}$

donc $\boxed{k = \frac{1}{30\pi}}$

Conclusion $D(x) = \frac{1}{30\pi} S(x)$

$D(x) = \frac{1}{30\pi}(\pi x^2 + 50\pi x)$

$\boxed{D(x) = \frac{1}{30}(x^2 + 50x)}$

$D(x) = \frac{1}{30}(x^2 + 50x)$

a) A mi distance (donc pour $x = 15$)

la durée de lecture est d'environ $\boxed{34 \text{ min}}$

Ceci ne correspond pas à la moitié de la durée totale qui est de 40 min.

b) La moitié a été lue au bout de 17 min environ.

c) 20ème minute, donc $y = 20$, qui correspond à $x = 10$.

30ème minute, donc $y = 30$, qui correspond à environ $x = 16$.

Donc les valeurs de x vont de 10 à 16

4) On cherche à résoudre $D(x) = 40$.

a) $D(x) = 40$

$\Leftrightarrow \frac{1}{30}(x^2 + 50x) = 40$

$\Leftrightarrow x^2 + 50x = 1200$.

$\Leftrightarrow x^2 + 50x - 1200 = 0$

On veut montrer que cela revient à résoudre $(x+25)^2 - 1825 = 0$.

On a :

$(x+25)^2 - 1825$

$= x^2 + 50x + 625 - 1825$

$= x^2 + 50x - 1200$.

Donc $D(x) = 40$

$\Leftrightarrow (x+25)^2 - 1825 = 0$

b) Résoudre $(x+25)^2 - 1825 = 0$

Méthode 1 : Factorisation.

$(x+25)^2 - \sqrt{1825}^2 = 0$

$(x+25+\sqrt{1825})(x+25-\sqrt{1825}) = 0$

$x + 25 + \sqrt{1825} = 0$ ou $x + 25 - \sqrt{1825} = 0$

$x = -25 - \sqrt{1825} < 0$ $\quad$ $x = \sqrt{1825} - 25$

Impossible car $x \geq 0$ $\quad$ $\boxed{x = 5\sqrt{73} - 25}$

$\boxed{x \simeq 17,7}$

Cohérent avec résultat ~~trouvé~~ en 3b)

Méthode 2

$(x+25)^2 = 1825$

donc

$x + 25 = \sqrt{1825}$

ou

$x + 25 = -\sqrt{1825}$

donc

$\boxed{x = \sqrt{1825} - 25}$

ou

$x = -25 - \sqrt{1825}$

Impossible car $x \geq 0$