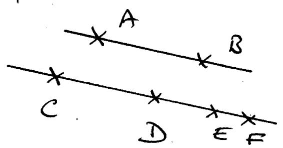
TD Equation de droites (6)

III Droites parallèles ou sécantes :

1) **Propriété :** Dans le plan, deux droites sont parallèles ou sécantes.

Rmq :



$(AB) \parallel (CD)$, $(AB) \parallel (EF)$ } droites strictement parallèles

$(CD) \parallel (EF)$ } droites confondues.

Donc 2 droites parallèles ont aucun point commun ou tous les points communs.

2) **Propriété :**
Soit deux droites (d) et (d')
(d) ayant pour vecteur directeur $\vec{u}$
et (d') ayant pour vecteur directeur $\vec{u'}$
(d) et (d') sont parallèles si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires.

Conséquences

① Si (d) a pour équation $ax+by+c=0$
et (d') a pour équation $a'x+b'y+c'=0$
avec $a'=ka$ et $b'=kb$ (k étant un réel)
alors les droites sont parallèles

En effet (d) a pour vecteur directeur $\vec{u}(-b,a)$
(d') ——————— $\vec{u'}(-b',a')$
donc $\vec{u'}(-kb,ka)$
et donc $\vec{u'}=k\vec{u}$
càd $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires
et donc $(d)\parallel(d')$

② Si (d) et (d') sont parallèles alors (d) et (d') ont pour équations
(d) $ax+by+c=0$
(d') $ax+by+c'=0$.
} car elles ont même vecteur directeur

Rmq : si $c\neq c'$ les droites sont strictement parallèles
si $c=c'$ les droites sont confondues (même équation)

TD Equation de droites (7)

Exemples 1 (d) : $2x+5y-3=0$ $\quad a=2$, $b=5$
(d') $-4x-10y+2=0$. $\quad a'=-4=-2a$, $b'=-10=-2b$.

donc $(d)\parallel(d')$

Rmq : (d') a aussi pour équation cartésienne
$-2x-5y+1=0$ (après division par 2)
ou $2x+5y-1=0$ (après multiplication par -1)

(d) a pour équation $2x+5y-3=0$ $\quad c=-3$
(d') ——————— $2x+5y-1=0$. $\quad c=-1$
(même a, même b, c différents)
donc (d) et (d') sont parallèles mais ne sont pas confondues.
(Elles sont strictement parallèles)

2 Soit (d) d'équation $-x+5y-1=0$
Déterminer une équation de la droite (Δ) parallèle à (d) et passant par $B(-2;3)$

(Δ) est parallèle à (d) donc (Δ) a pour équation
$-x+5y+c=0$

$B\in(\Delta)$ donc $-(-2)+5\times3+c=0$
$c+10=0$
$c=-10$

Donc (Δ) a pour équation $\boxed{-x+5y+c=0}$

3) Coordonnées du point d'intersection de 2 droites sécantes

Exemple 1 (d) : $3x - y + 2 = 0$

(d') : $2x + 4y + 1 = 0$.

① Justifier que (d) et (d') sont sécantes.

Vecteur directeur de (d) $\vec{u}(-b, a)$

$\vec{u}(1, 3)$

Vecteur directeur de (d') $\vec{v}(-4, 2)$

$$\frac{1}{-4} \neq \frac{3}{2}$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes.

② Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection

On cherche x et y qui vérifient les 2 équations

$3x - y + 2 = 0$

$2x + 4y + 1 = 0$

que l'on note sous la forme d'un système.

$$\begin{cases} 3x - y + 2 = 0 \\ 2x + 4y + 1 = 0 \end{cases}$$

(Ceci est un système de 2 équations à 2 inconnues)

On isole les inconnues

$$\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 2x + 4y = -1 \end{cases}$$

on multiplie la 1ère équation par 4 pour obtenir $-4y$ (l'opposé de $4y$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 4y = -8 \\ 2x + 4y = -1 \end{cases}$$

Par addition des 2 lignes, les y s'éliminent et on peut calculer x : on obtient $14x = -9$

donc $\boxed{x = -\frac{9}{14}}$

On calcule ensuite y à partir d'une équation au choix

On a $3x - y = -2$

donc $3 \times \frac{-9}{14} - y = -2$

$-y = -2 + \frac{27}{14}$

$-y = -\frac{1}{14}$ donc $\boxed{y = \frac{1}{14}}$

Coordonnées du point d'intersection : $\left(-\frac{9}{14} ; \frac{1}{14}\right)$

Exemple 2 Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d'équation $2x + 3y - 5 = 0$ et $3x - 4y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

$\times(-3)$ ce qui donnera $-6x$

$\times 2$ ce qui donnera $6x$

$$\begin{cases} -6x - 9y = -15 \\ 6x - 8y = -2 \end{cases}$$

Par addition des 2 lignes, on élimine les x, on peut calculer y

On obtient : $-17y = -17$

$\boxed{y = 1}$

On calcule ensuite x

avec $2x + 3y = 5$

$2x + 3 = 5$

$2x = 2$

$\boxed{x = 1}$

Coordonnées du point d'intersection

$(1 ; 1)$