TD F^{on} inverse

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{x}}$$ pour $x \neq 0$

donc sur $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

I Calcul d'images et représentation graphique.

$f(1) = \frac{1}{1} = 1 \longrightarrow$ point $A(1\,1)$

$f(2) = \frac{1}{2} \longrightarrow$ point $B(2\,;\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \longrightarrow$ point $C(\frac{1}{2}\,;2)$

$f(4) = \frac{1}{4} \longrightarrow$ point $D(4\,;\frac{1}{4})$

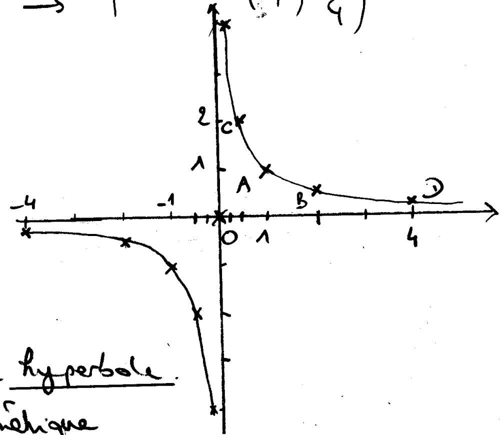
$f(\frac{1}{4}) = 4$

et $f(-1) = -1$

$f(-2) = -\frac{1}{2}$

$f(-\frac{1}{2}) = -2$

$f(-4) = -\frac{1}{4}$



Courbe à connaître

Cette courbe est une hyperbole.

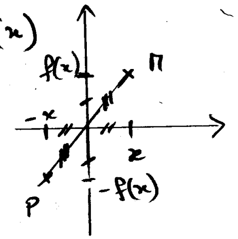
Conjecture: $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à l'origine du repère

Preuve: Soit $x > 0$. $M(x, f(x)) \in \mathcal{C}_f$

On a $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$

$P(-x\,; f(-x)) \in \mathcal{C}_f$

ou $P(-x\,; -f(x)) \in \mathcal{C}_f$



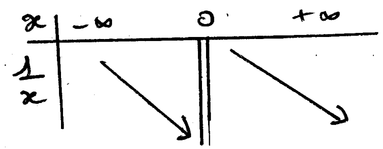
les points $M(x, f(x))$ et $P(-x, -f(x))$ appartiennent à $\mathcal{C}_f$ et sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

TD F^{on} inverse (2)

Propriété: ♡ la représentation graphique de la fonction inverse dans un repère du plan est symétrique par rapport à l'origine du repère

II Variation de la fonction inverse:

Propriété ♡: la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$



Preuve: Démontrons que f est strict^t décroissante sur $]-\infty, 0[$

Soit a, b dans $]-\infty, 0[$ tels que $a < b$.

On veut démontrer que $f(a) > f(b)$

càd que $f(a) - f(b) > 0$.

On a $f(a) - f(b) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$

* a, b sont négatifs non nuls donc ab est positif non nul $(ab > 0.)$
* $a < b$ donc $b - a > 0$
* Donc $\frac{b-a}{ab} > 0$ càd $f(a) - f(b) > 0$

donc $f(a) > f(b)$

ce qui prouve que f est strictement décroissante

(puisque le sens de l'inégalité a changé entre $a < b$ et $f(a) > f(b)$)