Identités remarquables

1. Développer à l'aide des identités remarquables (passer d'un produit à une somme)

- Pour tous réels a et b, on a : $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

Méthode : Bien repérer les termes a et b avant d'appliquer les formules

Exemples :

1. Développer $\left(3x - \dfrac{2}{3}\right)^2$

On reconnaît : $(a-b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = \dfrac{2}{3}$

$$\text{donc } \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$= 9x^2 - 4x + \frac{4}{9}$$

Erreurs classiques : ⚠ oubli des parenthèses pour le $3x$ ou pour le $\dfrac{2}{3}$.

⚠ $b = \dfrac{2}{3}$ et non pas $-\dfrac{2}{3}$

2. Développer $\left(\sqrt{3} + 4x\right)^2$

On reconnaît : $(a+b)^2$ avec $a = \sqrt{3}$ et $b = 4x$

$$\text{donc } \left(\sqrt{3} + 4x\right)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 4x + (4x)^2$$
$$= 3 + 8\sqrt{3}x + 16x^2$$

3. Développer $\left(3\sqrt{5} + 2x\right)\left(3\sqrt{5} - 2x\right)$

On reconnaît : $(a+b)(a-b)$ avec $a = 3\sqrt{5}$ et $b = 2x$

$$\left(3\sqrt{5} + 2x\right)\left(3\sqrt{5} - 2x\right) = \left(3\sqrt{5}\right)^2 - (2x)^2$$
$$= 45 - 4x^2$$

2. Factoriser à l'aide des identités remarquables (passer d'une somme à un produit)

- Pour tous réels a et b, on a : $\boxed{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}$ $\boxed{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$

$\boxed{a^2-2ab+b^2=(a-b)^2}$

Méthode : A partir des termes a^2 et b^2, déduire les valeurs de a et b mais attention, vérifier ensuite que le troisième terme correspond bien à $2ab$

Exemples :

1. Est-il possible de factoriser $16x^2-8x+1$ à l'aide d'une identité remarquable ?

Si $a^2=16x^2$ et $b^2=1$

alors $a=4x$ et $b=1$

On a dans ce cas : $2ab=8x$

donc on peut écrire $16x^2-8x+1=(4x-1)^2$

2. Est-il possible de factoriser $3x^2+4\sqrt{3}x+4$ à l'aide d'une identité remarquable ?

Si $a^2=3x^2$ et $b^2=4$

alors $a=\sqrt{3}x$ et $b=2$

On a dans ce cas : $2ab=2\times\sqrt{3}x\times 2=4\sqrt{3}x$

donc on peut écrire $3x^2+4\sqrt{3}x+4=(\sqrt{3}x+2)^2$

3. Est-il possible de factoriser $25x^2+15x+9$ à l'aide d'une identité remarquable ?

Si $a^2=25x^2$ et $b^2=9$

alors $a=5x$ et $b=3$

On a dans ce cas : $2ab=2\times 5x\times 3=30x\neq 15x$ ⚠

donc $25x^2+15x+9$ n'est pas factorisable à l'aide des identités remarquables.

4. Est-il possible de factoriser $2-64x^2$ à l'aide d'une identité remarquable ?

On reconnaît : a^2-b^2 avec $a^2=2$ et $b^2=64x^2$

donc $a=\sqrt{2}$ et $b=8x$

On a donc : $2-64x^2=\left(\sqrt{2}+8x\right)\left(\sqrt{2}-8x\right)$