

1.

**Savoir reconnaître et justifier que  $X$  suit une loi binomiale**

- ❶ Lors d'une expérience aléatoire, on s'intéresse à un évènement particulier que l'on appelle succès (Epreuve de Bernoulli)
- ❷ Puis on répète cette expérience de manière identique et indépendante (la probabilité du succès est donc toujours la même)

Exemple : On effectue 12 tirages successifs d'une carte dans un jeu de 32 cartes en remettant la carte après chaque tirage.

On souhaite calculer la probabilité d'obtenir 4 as.

Rédaction : ❶ Epreuve de Bernoulli :

On pioche une carte dans un jeu de 32 cartes.

Succès :  $S$  : « La carte est un as »

$$P(S) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0,125$$

- ❷ 12 épreuves identiques et indépendantes.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de succès. (ou nombre d'as obtenus)

$X$  suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(12 ; 0,125)$

2.

**Calcul de probabilités et espérance pour  $X$  de loi  $\mathcal{B}(n ; p)$**

- Pour  $k$  entier tel que  $0 \leq k \leq n$ , on a :  $P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$
- $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$  d'après la formule  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
- $E(X) = np$

Exemple du 1. :  $P(X = 4) = \binom{12}{4} \times 0,125^4 \times 0,875^8 \simeq 0,042$  Remarque : On a 4 succès et donc 8 échecs

$E(X) = 12 \times 0,125 = 1,5$  donc en moyenne sur un tirage de 12 cartes il y a 1,5 as.

3.

**Exercices**

**Ex 1** Lors d'une campagne de recrutement dans une grande entreprise, la probabilité qu'un candidat soit recruté est de 0,38. 10 personnes postulent pour un emploi dans cette entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes. On donnera les résultats arrondis à  $10^{-3}$ .

1. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale.
2. Calculer la probabilité que trois personnes soient recrutées.
3. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.
4. Quel est le nombre moyen de personnes recrutées ?

**Ex 2**  $X$  suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(35 ; 0.3)$ . Déterminer directement avec votre calculatrice les probabilités suivantes et donner les valeurs arrondies à  $10^{-3}$  :  $P(X = 14)$  et  $P(X \leq 18)$