

# Géométrie dans l'espace

## Distance d'un point à un plan.

## Distance d'un point à une droite

### Exercice 1 Distance d'un point à un plan

**Définition** : La distance d'un point  $A$  à un plan  $\mathcal{P}$  est la plus petite distance  $AM$  pour  $M$  appartenant à  $\mathcal{P}$ .

**Propriété** :  $\text{dist}(A, \mathcal{P}) = AH$

avec  $H$  point d'intersection de la droite perpendiculaire au plan  $\mathcal{P}$  passant par le point  $A$ .

$H$  est appelé projeté orthogonal de  $A$  sur le plan  $\mathcal{P}$ .

L'espace est muni d'un repère orthonormé.

Soit le plan  $\mathcal{P}$  d'équation  $-x + 2y + 3z - 11 = 0$  et  $A$  le point de coordonnées  $(2 ; -3 ; 4)$ .

- Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(d)$  perpendiculaire au plan  $\mathcal{P}$  et passant par le point  $A$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $H$  projeté orthogonal du point  $A$  sur le plan  $\mathcal{P}$ .
  - En déduire la distance du point  $A$  au plan  $\mathcal{P}$ .

### Exercice 2 Distance d'un point à une droite

**Définition** : La distance d'un point  $A$  à une droite  $(d)$  est la plus petite distance  $AM$  pour  $M$  appartenant à  $(d)$ .

**Propriété** :  $\text{dist}(A, (d)) = AH$

avec  $H$  point d'intersection de la droite  $(d)$  avec le plan perpendiculaire à  $(d)$  passant par le point  $A$ .

$H$  est appelé projeté orthogonal de  $A$  sur  $(d)$ .

L'espace est rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  orthonormé.

Soit  $t$  un nombre réel. On donne le point  $A(-1 ; 2 ; 3)$  et la droite  $(d)$  de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 9 + 4t \\ y = 6 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Le but de cet exercice est de calculer de deux façons différentes la distance entre le point  $A$  et la droite  $(d)$ .

#### Méthode 1 :

- Donner une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}$ , perpendiculaire à la droite  $(d)$  et passant par  $A$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $H$  projeté orthogonal du point  $A$  sur la droite  $(d)$ .
  - En déduire la distance du point  $A$  à la droite  $(d)$ .

#### Méthode 2 :

Soit  $M$  un point de la droite  $(d)$ .

- Exprimer  $AM^2$  en fonction de  $t$ .
- En déduire la distance du point  $A$  à la droite  $(d)$ . (c'est-à-dire la valeur minimale de  $AM$ ).