

## Raisonnement par récurrence

### Montrer une égalité

---

#### Exercice 1

Soit  $(U_n)$  la suite définie par :  $U_2 = 3$  et  $U_{n+1} = \frac{3U_n + 1}{U_n + 3}$  pour tout  $n \geq 2$

Démontrer par récurrence que pour tout entier  $n \geq 2$  on a  $U_n = \frac{2^n + 2}{2^n - 2}$

#### Exercice 2

On considère la suite numérique  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_0 = \frac{7}{8}$  et pour tout  $n \geq 0$   $V_{n+1} = V_n^2$

Démontrer par récurrence que  $V_n = \left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$ .

#### Exercice 3

Pour tout  $n \geq 1$ , soit  $S_n = \sum_{k=1}^n (2k - 1)^2$

Démontrer que pour tout  $n \geq 1$ , on a :  $S_n = \frac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}$