

Probabilités conditionnelles

Exercice 1

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B. Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B l'autre quart.

Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut.

Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2% des aiguilles du site A sont défectueuses ;
- 4% des aiguilles du site B sont défectueuses.

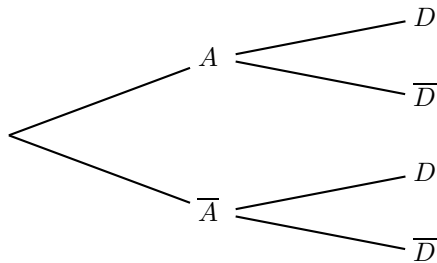
Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots.

On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les évènements suivants :

- A : l'aiguille provient du site A ;
- B : l'aiguille provient du site B ;
- D : l'aiguille présente un défaut.

L'évènement contraire de D est noté \bar{D} .

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous en indiquant les probabilités sur les branches.



2. Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A ?
3. Montrer que $P(D) = 0,025$.
4. Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse.

Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A ?

Exercice 2

Un magasin commercialise des canapés et des tables de salon.

Quand un client se présente, il achète au plus un canapé et au plus une table de salon.

Une étude a montré que :

- la probabilité pour qu'un client achète un canapé est $0,24$;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est $0,25$;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est $0,1$.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

- C l'évènement « le client achète un canapé » et \bar{C} son évènement contraire ;
- T l'évènement « le client achète une table de salon » et \bar{T} son évènement contraire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le client achète un canapé et une table de salon.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ est égale à $0,136$.
4. Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de $1\,000$ € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €. On note X la variable aléatoire correspondant à la somme payée par le client.

- a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

| | | | | |
|--------------|---|-----|-------|-------|
| x_i | 0 | 300 | 1 000 | 1 300 |
| $P(X = x_i)$ | | | | |

- b. Calculer l'espérance de X .

Donner une interprétation de ce nombre dans le contexte de l'exercice.