Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{4}n + 1$

Partie A

1. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad n < U_n < n + \frac{4}{3}$

2. En déduire que la suite (U_n) admet une limite que l'on précisera.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $\quad U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4}\left(n + \frac{4}{3} - U_n\right)$

4. En déduire que la suite (U_n) est croissante.

5. La suite (U_n) peut-elle être majorée ?

Partie B Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $\quad V_n = U_n - n$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.

2. En déduire une expression de U_n en fonction de n, puis retrouver la limite de la suite (U_n) trouvée dans la partie A.

. . . .

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{4}n + 1$

Partie A

1. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad n < U_n < n + \frac{4}{3}$

2. En déduire que la suite (U_n) admet une limite que l'on précisera.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $\quad U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4}\left(n + \frac{4}{3} - U_n\right)$

4. En déduire que la suite (U_n) est croissante.

5. La suite (U_n) peut-elle être majorée ?

Partie B Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $\quad V_n = U_n - n$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.

2. En déduire une expression de U_n en fonction de n, puis retrouver la limite de la suite (U_n) trouvée dans la partie A.

. . . .

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{3}{4}n + 1$

Partie A

1. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad n < U_n < n + \frac{4}{3}$

2. En déduire que la suite (U_n) admet une limite que l'on précisera.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $\quad U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4}\left(n + \frac{4}{3} - U_n\right)$

4. En déduire que la suite (U_n) est croissante.

5. La suite (U_n) peut-elle être majorée ?

Partie B Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $\quad V_n = U_n - n$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.

2. En déduire une expression de U_n en fonction de n, puis retrouver la limite de la suite (U_n) trouvée dans la partie A.